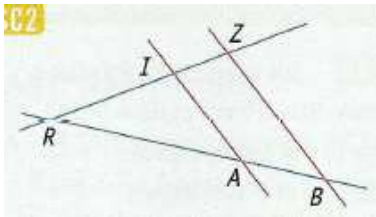
☺ **Exercice p 219, n° 3 :**

Quatre droites sont tracées et les deux droites rouges sont parallèles.
Enoncer le théorème de Thalès.

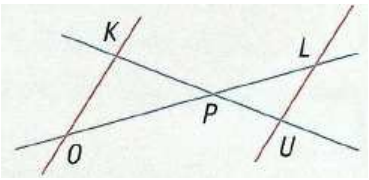


Correction :

Les droites (BA) et (ZI) sont sécantes en R, et les droites (AI) et (BZ) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\boxed{\frac{RA}{RB}=\frac{RI}{RZ}=\frac{AI}{BZ}}$.

☺ **Exercice p 219, n° 4 :**

Quatre droites sont tracées et les deux droites rouges sont parallèles.
Enoncer le théorème de Thalès.

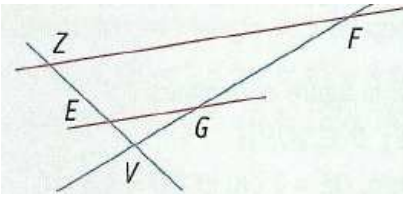


Correction :

Les droites (KU) et (OL) sont sécantes en P, et les droites (KO) et (LU) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\boxed{\frac{PK}{PU}=\frac{PO}{PL}=\frac{KO}{UL}}$.

☺ **Exercice p 219, n° 5 :**

Quatre droites sont tracées et les deux droites rouges sont parallèles.
Enoncer le théorème de Thalès.

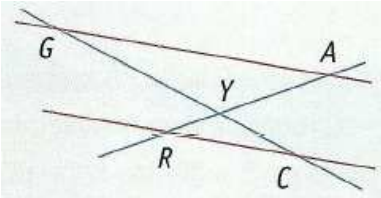


Correction :

Les droites (ZE) et (FG) sont sécantes en V, et les droites (EG) et (ZF) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\boxed{\frac{VE}{VZ}=\frac{VG}{VF}=\frac{EG}{ZF}}$.

☺ **Exercice p 219, n° 6 :**

Quatre droites sont tracées et les deux droites rouges sont parallèles.
Enoncer dans chaque cas le théorème de Thalès.

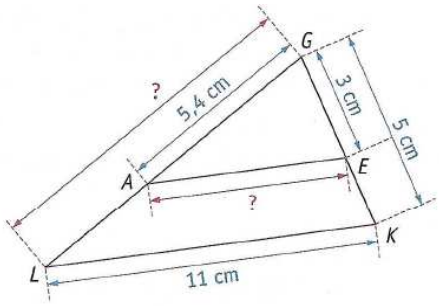


Correction :

Les droites (AR) et (GC) sont sécantes en Y, et les droites (AG) et (CR) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\boxed{\frac{YA}{YR}=\frac{YG}{YC}=\frac{AG}{RC}}$.

☺ **Exercice p 220, n° 13 :**

Sur la figure ci-dessous :
$A\in[GL]$, $E\in[GK]$ et $(AE)//(LK)$.



Déterminer, en justifiant chaque réponse, les longueurs GL et AE.

Correction :

Les droites (LA) et (KE) sont sécantes en G, et les droites (AE) et (LK) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{GA}{GL}=\frac{GE}{GK}=\frac{AE}{LK}$, soit $\frac{5,4}{GL}=\frac{3}{5}=\frac{AE}{11}$.

Pour GL :

$\frac{5,4}{GL}=\frac{3}{5}$, donc $3\times GL=5,4\times 5$

donc $GL=\frac{5,4\times 5}{3}$

$GL=\frac{\cancel{3}\times 1,8\times 5}{\cancel{3}}$

$\boxed{GL=9\text{ cm.}}$

Le segment $[GL]$ mesure donc 9 cm.

Pour AE :

$\frac{AE}{11}=\frac{3}{5}$, donc $5\times AE=3\times 11$

donc $AE=\frac{3\times 11}{5}$

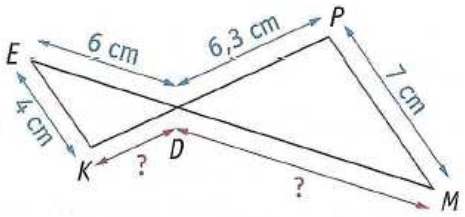
$AE=\frac{33}{5}$

$\boxed{AE=6,6\text{ cm.}}$

Le segment $[AE]$ mesure donc 6,6 cm.

☺ **Exercice p 220, n° 14 :**

Sur la figure ci-dessous :
$D \in [PK]$, $D \in [EM]$ et $(PM) // (EK)$.



Déterminer, en justifiant chaque réponse, les longueurs *KD* et *DM*.

Correction :

Les droites (EM) et (KP) sont sécantes en *D*, et les droites (EK) et (PM) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{DE}{DM} = \frac{DK}{DP} = \frac{EK}{MP}$, soit $\frac{6}{DM} = \frac{DK}{6,3} = \frac{4}{7}$.

Pour *DM* :

$\frac{6}{DM} = \frac{4}{7}$, donc $4 \times DM = 6 \times 7$

donc $DM = \frac{6 \times 7}{4}$

$DM = \frac{\cancel{2} \times 3 \times 7}{\cancel{2} \times 2}$

$\boxed{DM = 10,5 \text{ cm.}}$

Le segment $[DM]$ mesure donc 10,5 cm.

Pour *DK* :

$\frac{DK}{6,3} = \frac{4}{7}$, donc $7 \times DK = 4 \times 6,3$

donc $DK = \frac{4 \times 6,3}{7}$

$DK = \frac{4 \times \cancel{7} \times 0,9}{\cancel{7}}$

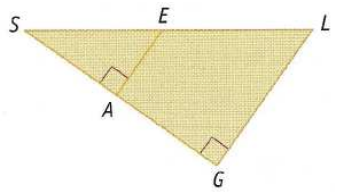
$\boxed{DK = 3,6 \text{ cm.}}$

Le segment $[DK]$ mesure donc 3,6 cm.

☺ **Exercice p 220, n° 15 :**

Sur la figure ci-dessous :

- $SE = 5\,\text{cm}$, $SL = 12\,\text{cm}$ et $GL = 9\,\text{cm}$;
- les points S, E et L sont alignés ;
- les points S, A et G sont alignés.



Déterminer, en justifiant la réponse, la longueur AE.

Correction :

Les droites (AE) et (GL) sont perpendiculaires à la droite (SG).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (AE) et (GL) sont parallèles.
Dès lors :
Les droites (GA) et (LE) sont sécantes en S, et les droites (AE) et (GL) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SA}{SG} = \frac{SE}{SL} = \frac{AE}{GL}$, soit $\frac{SA}{SG} = \frac{5}{12} = \frac{AE}{9}$.

$\frac{AE}{9} = \frac{5}{12}$, donc $12 \times AE = 5 \times 9$

donc $AE = \frac{5 \times 9}{12}$

$AE = \frac{5 \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times 4}$

$AE = \frac{15}{4}$

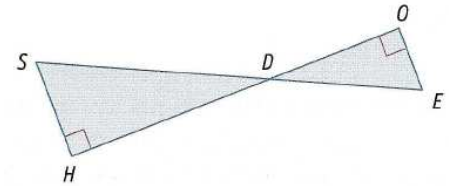
$\boxed{AE = 3{,}75\,\text{cm.}}$

Le segment $[AE]$ mesure donc 3,75 cm.

☺ **Exercice p 220, n° 16 :**

Sur la figure ci-dessous :

- $D \in [SE]$, $D \in [OH]$;
- $DH = 9$ cm, $OE = 2$ cm et $DO = 3,6$ cm.



Déterminer, en justifiant la réponse, la longueur *SH*.

Correction :

Les droites (OE) et (SH) sont perpendiculaires à la droite (OH).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (OE) et (SH) sont parallèles.
Dès lors :
Les droites (OH) et (ES) sont sécantes en *D*, et les droites (OE) et (SH) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{DS}{DE} = \frac{DH}{DO} = \frac{SH}{EO}$, soit $\frac{DS}{DE} = \frac{9}{3,6} = \frac{SH}{2}$.

$\frac{SH}{2} = \frac{9}{3,6}$, donc $3,6 \times SH = 9 \times 2$

donc $SH = \frac{9 \times 2}{3,6}$

$SH = \frac{18 \times 10}{36}$

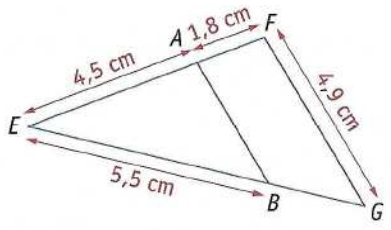
$SH = \frac{\cancel{18} \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{18} \times \cancel{2}}$

$\boxed{SH = 5 \text{ cm.}}$

Le segment $[SH]$ mesure donc 5 cm.

☺ **Exercice p 223, n° 37 :**

Sur la figure ci-dessous :
$A \in [EF]$, $B \in [EG]$ et $(AB)//(FG)$.



Calculer les longueurs *EG* et *AB*. Justifier les réponses.

Correction :

Les droites (FA) et (GB) sont sécantes en *E*, et les droites (AB) et (FG) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{EA}{EF}=\frac{EB}{EG}=\frac{AB}{FG}$, soit $\frac{4,5}{4,5+1,8}=\frac{5,5}{EG}=\frac{AB}{4,9}$, soit $\frac{4,5}{6,3}=\frac{5,5}{EG}=\frac{AB}{4,9}$.

Pour *EG* :

$\frac{5,5}{EG}=\frac{4,5}{6,3}$, donc $4,5\times EG=5,5\times 6,3$

donc $EG=\frac{5,5\times 6,3}{4,5}$

$EG=\frac{\cancel{5}\times 1,1\times \cancel{0,9}\times 7}{\cancel{5}\times \cancel{0,9}}$

$\boxed{EG=7,7\text{ cm.}}$

Le segment $[EG]$ mesure donc 7,7 cm.

Pour *AB* :

$\frac{AB}{4,9}=\frac{4,5}{6,3}$, donc $6,3\times AB=4,5\times 4,9$

donc $AB=\frac{4,5\times 4,9}{6,3}$

$AB=\frac{\cancel{9}\times 0,5\times \cancel{0,7}\times 7}{\cancel{9}\times \cancel{0,7}}$

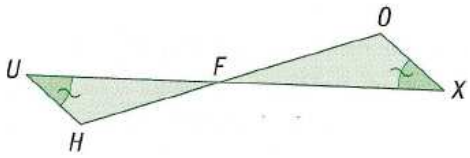
$\boxed{AB=3,5\text{ cm.}}$

Le segment $[AB]$ mesure donc 3,5 cm.

☺ **Exercice p 223, n° 38 :**

Sur la figure ci-dessous :

- $UH = 1,5\,\text{cm}$, $HF = 5\,\text{cm}$, $FX = 4,8\,\text{cm}$ et $FO = 6\,\text{cm}$;
- les points *H*, *F* et *O* sont alignés ;
- les points *U*, *F* et *X* sont alignés



1) Démontrer que : $(UH)//(OX)$.

2) Calculer les longueurs *UF* et *OX*. Justifier les réponses.

Correction :

1) Parallélisme des droites (UH) et (OX) :

La droite (UX) coupe les droites (UH) et (OX) et détermine les angles alternes-internes $\widehat{HUX}$ et $\widehat{OXU}$.
De plus, ces angles ont la même mesure.
Or, si deux angles alternes-internes ont la même mesure, alors les droites qui les déterminent sont parallèles.
Donc les droites (UH) et (OX) sont parallèles.

2) Longueurs *UF* et *OX* :

Les droites (UX) et (OH) sont sécantes en *F*, et les droites (UH) et (OX) sont parallèles (question 1), donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{FU}{FX} = \frac{FH}{FO} = \frac{UH}{OX}$, soit $\frac{UF}{4,8} = \frac{5}{6} = \frac{1,5}{OX}$.

Pour *UF* :

$\frac{UF}{4,8} = \frac{5}{6}$, donc $6 \times UF = 5 \times 4,8$

donc $UF = \frac{5 \times 4,8}{6}$

$UF = \frac{5 \times \cancel{6} \times 0,8}{\cancel{6}}$

$\boxed{UF = 4\,\text{cm.}}$

Le segment $[UF]$ mesure donc 4 cm.

Pour *OX* :

$\frac{1,5}{OX} = \frac{5}{6}$, donc $5 \times OX = 1,5 \times 6$

donc $OX = \frac{1,5 \times 6}{5}$

$OX = \frac{\cancel{5} \times 0,3 \times 6}{\cancel{5}}$

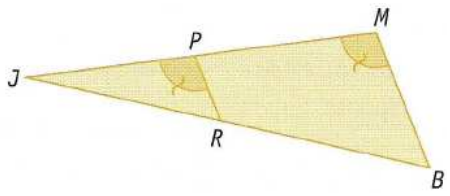
$\boxed{OX = 1,8\,\text{cm.}}$

Le segment $[OX]$ mesure donc 1,8 cm.

☺ **Exercice p 223, n° 39 :**

Sur la figure ci-dessous :

- $P \in [JM]$, $R \in [JB]$;
- $JP = 3,6$ cm, $PR = 1,5$ cm, $JB = 12$ cm et $MB = 4$ cm.



Calculer les longueurs *JM* et *JR*. Justifier les réponses.

Correction :

La droite (JM) coupe les droites (PR) et (MB) et détermine les angles correspondants $\widehat{JPR}$ et $\widehat{JMB}$.
De plus, ces angles ont la même mesure.
Or, si deux angles correspondants ont la même mesure, alors les droites qui les déterminent sont parallèles.
Donc les droites (PR) et (MB) sont parallèles.
Dès lors :
Les droites (MP) et (BR) sont sécantes en *J*, et les droites (PR) et (MB) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{JP}{JM} = \frac{JR}{JB} = \frac{PR}{MB}$, soit $\frac{3,6}{JM} = \frac{JR}{12} = \frac{1,5}{4}$.

Pour *JM* :

$\frac{3,6}{JM} = \frac{1,5}{4}$, donc $1,5 \times JM = 4 \times 3,6$

donc $JM = \frac{4 \times 3,6}{1,5}$

$JM = \frac{4 \times 36}{15}$

$JM = \frac{4 \times \cancel{3} \times 12}{\cancel{3} \times 5}$

$\boxed{JM = 9,6 \text{ cm.}}$

Le segment $[JM]$ mesure donc 9,6 cm.

Pour *JR* :

$\frac{JR}{12} = \frac{1,5}{4}$, donc $4 \times JR = 1,5 \times 12$

donc $JR = \frac{1,5 \times 12}{4}$

$JR = \frac{1,5 \times \cancel{4} \times 3}{\cancel{4}}$

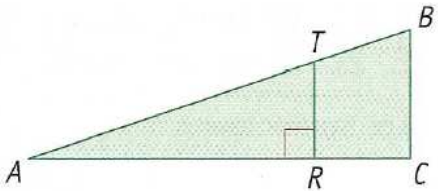
$\boxed{JR = 4,5 \text{ cm.}}$

Le segment $[JR]$ mesure donc 4,5 cm.

☺ **Exercice p 226, n° 61 :**

1) Reproduire la figure ci-dessous avec :

- $R \in [AC]$, $T \in [AB]$;
- $AC = 12$ cm, $AB = 13$ cm, $BC = 5$ cm et $AR = 9$ cm.



2) Démontrer que le triangle *ABC* est rectangle.
3) En déduire les longueurs *AT* et *TR*. Justifier chaque réponse.

Correction :

1) Figure : RAS.

2) Nature du triangle *ABC* :

$[AB]$ est le plus grand côté du triangle *ABC*.
On a : $AB^2 = 13^2 = 169$.
Par ailleurs : $CA^2 + CB^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$.
On constate que $AB^2 = CA^2 + CB^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* est rectangle en *C*.

3) Longueurs *AT* et *TR* :

D'après la question 2, les droites (BC) et (TR) sont perpendiculaires à la droite (AC).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (BC) et (TR) sont parallèles.
Dès lors :
Les droites (BT) et (CR) sont sécantes en *A*, et les droites (BC) et (TR) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AT}{AB} = \frac{AR}{AC} = \frac{TR}{BC}$, soit $\frac{AT}{13} = \frac{9}{12} = \frac{TR}{5}$.

Pour *AT* :

$\frac{AT}{13} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, donc $4 \times GL = 3 \times 13$

donc $AT = \frac{3 \times 13}{4}$

$\boxed{AT = 9,75 \text{ cm.}}$

Le segment $[AT]$ mesure donc 9,75 cm.

Pour *TR* :

$\frac{TR}{5} = \frac{3}{4}$, donc $4 \times TR = 3 \times 5$

donc $TR = \frac{3 \times 5}{4}$

$\boxed{TR = 3,75 \text{ cm.}}$

Le segment $[TR]$ mesure donc 3,75 cm.

☺ **Exercice p 221, n° 19 :**

On considère un quadrilatère *ABCD*. Le point *O* est le point d'intersection de ses diagonales.
On donne : $OA = 1,5$ cm, $OB = 2,5$ cm, $OC = 2$ cm et $OD = 3,5$ cm.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Correction :

Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en *O*.

On a : $\frac{OA}{OC} = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

Par ailleurs : $\frac{OB}{OD} = \frac{2,5}{3,5} = \frac{25}{35} = \frac{\cancel{5} \times 5}{\cancel{5} \times 7} = \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$.

On constate que $\frac{OA}{OC} \neq \frac{OB}{OD}$.

Donc, d'après le théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

☺ **Exercice p 221, n° 17 :**

1) Construire un triangle *RGJ* tel que : $RG = 9$ cm, $GJ = 5$ cm et $RJ = 8,6$ cm.
Placer les points *D* et *O* tels que : $D \in [RG]$, $RD = 4$ cm, $O \in [RJ]$ et $RO = 3,8$ cm.
2) Démontrer que les droites (DO) et (GJ) ne sont pas parallèles.

Correction :

1) Figure : RAS.

2) Les droites (GD) et (JO) sont sécantes en *R*.

On a : $\frac{RD}{RG} = \frac{4}{9}$.

Par ailleurs : $\frac{RO}{RJ} = \frac{3,8}{8,6}$.

$4 \times 8,6 = 34,4$ et $9 \times 3,8 = 34,2$, donc $4 \times 8,6 \neq 9 \times 3,8$.

D'où : $\frac{RD}{RG} \neq \frac{RO}{RJ}$.

Donc, d'après le théorème de Thalès, les droites (DO) et (GJ) ne sont pas parallèles.

☺ **Exercice p 221, n° 18 :**

1) Construire un triangle DCV tel que : $DV = 6,4\,\text{cm}$, $DC = 3,6\,\text{cm}$ et $CV = 4\,\text{cm}$.
Placer les points A et O tels que : $D \in [VO]$, $DO = 5,5\,\text{cm}$, $D \in [CA]$ et $DA = 3,1\,\text{cm}$.
2) Démontrer que les droites (CV) et (AO) ne sont pas parallèles.

Correction :

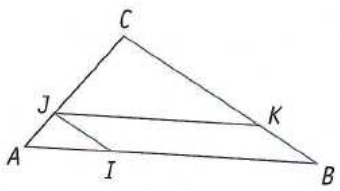
1) Figure : RAS.

2) Les droites (AC) et (OV) sont sécantes en D.
On a : $\dfrac{DA}{DC} = \dfrac{3,1}{3,6}$.
Par ailleurs : $\dfrac{DO}{DV} = \dfrac{5,5}{6,4}$.
$3,1 \times 6,4 = 19,84$ et $5,5 \times 3,6 = 19,8$, donc $3,1 \times 6,4 \neq 5,5 \times 3,6$.
D'où : $\dfrac{DA}{DC} \neq \dfrac{DO}{DV}$.
Donc, d'après le théorème de Thalès, les droites (AO) et (CV) ne sont pas parallèles.

☺ **Exercice p 223, n° 40 :**

Sur la figure ci-dessous :

- $I \in [AB]$ et $AI = \dfrac{2}{7}AB$;
- $J \in [AC]$ et $(IJ)//(BC)$;
- $K \in [BC]$ et $(JK)//(AB)$.



1) Démontrer que $AJ = \dfrac{2}{7}AC$.

2) Démontrer que $CK = \dfrac{5}{7}CB$.

Correction :

1) Les droites (CJ) et (BI) sont sécantes en A, et les droites (IJ) et (BC) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{AJ}{AC} = \dfrac{IJ}{BC}$.
Or, $AI = \dfrac{2}{7}AB$, donc $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{2}{7}$.
D'où : $\dfrac{AJ}{AC} = \dfrac{2}{7}$, soit $\boxed{AJ = \dfrac{2}{7}AC.}$

2) Les droites (AJ) et (BK) sont sécantes en C, et les droites (JK) et (AB) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CJ}{CA}=\frac{CK}{CB}=\frac{JK}{AB}$.

Or, d'après la question 1, $AJ=\frac{2}{7}AC$, donc $CJ=\frac{5}{7}AC$, soit $\frac{CJ}{CA}=\frac{5}{7}$.

D'où : $\frac{CK}{CB}=\frac{5}{7}$, soit $\boxed{CK=\frac{5}{7}CB}$.

☺ **Exercice p 221, n° 20 :**

1) Construire un triangle DFG tel que : $DF=11\,\text{cm}$, $FG=6\,\text{cm}$ et $DG=7,7\,\text{cm}$.
Placer les points A et E tels que : $A\in[DF]$, $DA=9\,\text{cm}$, $E\in[DG]$ et $DE=6,3\,\text{cm}$.
2) Démontrer que les droites (AE) et (FG) sont parallèles.

Correction :

1) Figure : RAS.

2) Les points D, A et F sont alignés dans le même ordre que les points D, E et G.
On a : $\frac{DA}{DF}=\frac{9}{11}$.
Par ailleurs : $\frac{DE}{DG}=\frac{6,3}{7,7}=\frac{\cancel{0,7}\times 9}{\cancel{0,7}\times 11}=\frac{9}{11}$.
On constate que $\frac{DA}{DF}=\frac{DE}{DG}$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AE) et (FG) sont parallèles.

☺ **Exercice p 221, n° 21 :**

1) Construire un triangle OLK tel que : $OL=6,3\,\text{cm}$, $LK=5\,\text{cm}$ et $KO=3,5\,\text{cm}$.
Placer les points M et P tels que : $O\in[LM]$, $OM=4,5\,\text{cm}$, $O\in[KP]$ et $OP=2,5\,\text{cm}$.
2) Démontrer que les droites (PM) et (LK) sont parallèles.

Correction :

1) Figure : RAS.

2) Les points O, L et M sont alignés dans le même ordre que les points O, K et P.
On a : $\frac{OL}{OM}=\frac{6,3}{4,5}=\frac{\cancel{0,9}\times 7}{\cancel{0,9}\times 5}=\frac{7}{5}$.
Par ailleurs : $\frac{OK}{OP}=\frac{3,5}{2,5}=\frac{\cancel{0,5}\times 7}{\cancel{0,5}\times 5}=\frac{7}{5}$.
On constate que $\frac{OL}{OM}=\frac{OK}{OP}$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PM) et (LK) sont parallèles.

☺ **Exercice p 221, n° 22 :**

On considère un quadrilatère *ABCD*. Le point *O* est le point d'intersection de ses diagonales.
On donne : $OA = 2,4\,\text{cm}$, $OB = 3,6\,\text{cm}$, $OC = 2,8\,\text{cm}$, $OD = 4,2\,\text{cm}$ et $AB = 4,2\,\text{cm}$.

1) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) En déduire la longueur *DC*. Justifier la réponse.

Correction :

Figure : RAS.

1) Les points *O*, *A* et *C* sont alignés dans le même ordre que les points *O*, *B* et *D*.

On a : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{2,4}{2,8} = \dfrac{\cancel{0,4} \times 6}{\cancel{0,4} \times 7} = \dfrac{6}{7}$.

Par ailleurs : $\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{3,6}{4,2} = \dfrac{\cancel{0,6} \times 6}{\cancel{0,6} \times 7} = \dfrac{6}{7}$.

On constate que $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OB}{OD}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) Longueur *CD* :

Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en *O* et les droites (AB) et (CD) sont parallèles (question 1), donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OB}{OD} = \dfrac{AB}{CD}$, soit $\dfrac{4,2}{CD} = \dfrac{6}{7}$.

Donc : $6 \times CD = 7 \times 4,2$

donc $CD = \dfrac{7 \times 4,2}{6}$

$CD = \dfrac{7 \times \cancel{6} \times 0,7}{\cancel{6}}$

$\boxed{CD = 4,9\,\text{cm.}}$

Le segment $[CD]$ mesure 4,9 cm.