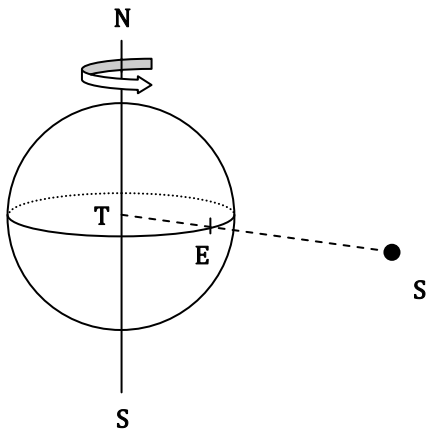
Exercices sur la gravitation universelle

Exercice n°1 : les satellites géostationnaires.

Les satellites Météosat (utilisé en météorologie) et Astra H1 (utilisé pour les télécommunication) sont deux satellites géostationnaires. Ils tournent autour de la Terre dans le plan de l'équateur à une altitude h de $3{,}60\times10^4$ km. À cette altitude, leur vitesse leur permet de rester à la verticale d'un même point E de l'équateur.



1. Quel est le mouvement des satellites S dans le référentiel terrestre ?
2. Quel est le mouvement des satellites S dans le référentiel géocentrique ? Quelle trajectoire décrivent-ils ? La tracer sur la figure ci-contre en précisant le sens du mouvement.
3. Comparer leur période de révolution à la période de rotation de la Terre dans le référentiel géocentrique.
4. En déduire la valeur de leur vitesse dans le référentiel géocentrique.
5. Comparer cette vitesse à celle du point E.

Donnée : rayon de la Terre : $\mathbf{R_T = 6{,}4 \times 10^3\ km}$.

Exercice n°2 : gravitational force.

Two spherical balls, A and B, exert a gravitaional force on each other. Their centers are separated by a distance of 20 meters. The A sphere has a mass of 40 kg and the B sphere has a mass of 80 kg. Which statement about the force that each sphere exerts on the other one is correct ?

1. The value of the force exerted on B is twice the value of the force exerted on A.
2. The value of the force exerted on B is the same as the value of the force exerted on A.
3. The value of the force exerted on B is one half the value of the force exerted on A.

Exercice n°3 : l'indication de la balance.

Voici une discussion entre deux élèves de la classe :
« Évie : Si tu montes sur une balance sur Terre, quelle est la valeur que t'indique la balance ?
– Robin : 50 kg.
– Évie : Si maintenant, tu montais sur la même balance sur la Lune, qu'indiquerait-elle ?
– Robin : Quelle question ! Exactement la même chose !
– Évie : Eh bien non, tu te trompes ! Elle indiquerait 8,3 kg. »

1. Quels sont les raisonnements des deux élèves ?
2. Évie a raison. Que conclure sur la balance ?

Exercice n°4 : alignement d'astres.

Faire l'exercice sans calculatrice.

Les centres du Soleil (S), de la Terre (T) et de la Lune (L) sont parfois alignés. On représente ci-dessous deux de ces situations.

Situation n°1 **Situation n°2**

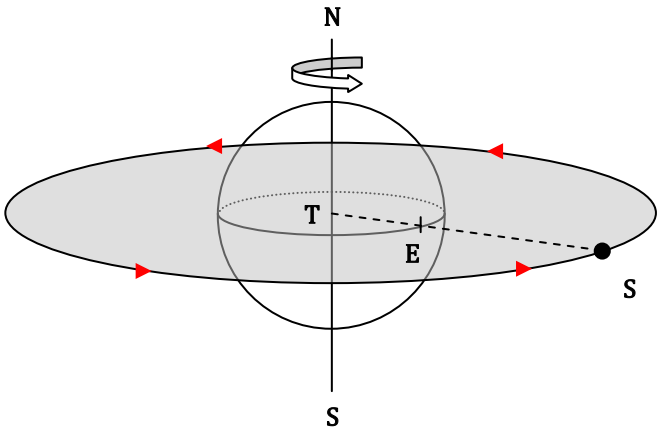
1. Quels phénomènes représentent ces deux situations ?
2. Exprimer de façon littérale la valeur de la force d'attraction gravitationnelle $F_{T/L}$ exercée par la Terre sur la Lune. Donner une valeur approchée de sa valeur. Représenter cette force dans les deux situations en précisant l'échelle.
3. Exprimer de façon littérale la valeur de la force d'attraction gravitationnelle $F_{S/L}$ exercée par le Soleil sur la Lune dans les situations n°1 et n°2. Donner une valeur approchée de ces valeurs. Représenter cette force dans les deux situations en utilisant la même échelle que dans la question 2.
4. On considère qu'une force F_1 est négligeable par rapport à une force F_2 lorsque le rapport des valeurs est tel que : $\frac{F_1}{F_2} < 10^{-2}$. Dans les deux situations précédentes, la force d'attraction gravitationnelle du Soleil sur la Lune est-elle négligeable par rapport à celle exercée par la Terre sur le Lune ?

Données : masse du Soleil : $\mathbf{M_S \approx 2 \times 10^{30}\ kg}$; masse de la Terre : $\mathbf{M_T \approx 6 \times 10^{24}\ kg}$; masse de la Lune : $\mathbf{M_L \approx \frac{M_T}{80}}$; distance Terre-Soleil : $\mathbf{d_{ST} \approx 150\ millions\ de\ km}$; distance Terre-Lune : $\mathbf{d_{TL} \approx 4 \times 10^5\ km}$; constante de la gravitation universelle : $\mathbf{G \approx 7 \times 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2}$.

Correction

Exercice n°1 :

1. Dans le **référentiel terrestre** les satellites sont **immobiles**.
2. Dans le **référentiel géocentrique** les satellites ont **un mouvement circulaire et uniforme**. Ils décrivent donc un **cercle dont le centre est confondu avec celui de la Terre**.



$TE = R_T$
$ES = h$
$TS = R_T + h$

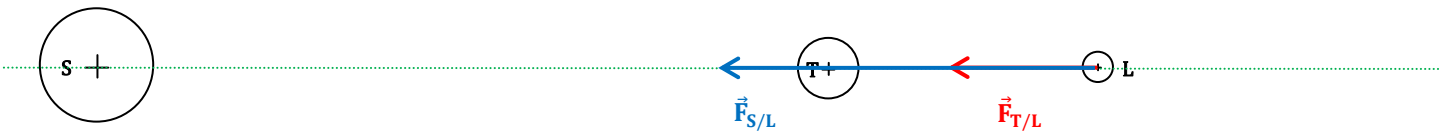
3. **La période de révolution des satellites est égale à la période de rotation de la Terre** dans le référentiel géocentrique pour rester à la verticale d'un même point de la Terre. Cette période, notée T, a pour valeur 23 h 56 min 04 s soit 86164 s.
4. Le satellite fait un tour autour de la Terre pendant la durée τ égale à 86164 s. La distance d parcourue correspond au périmètre d du cercle, soit : $d = 2\pi \times TS = 2\pi \times (R_T + h)$. La vitesse des satellites est donnée par la relation : $v = \frac{d}{\tau}$; soit : $V_S = \frac{2\pi\times(R_T+h)}{T} = \frac{2\pi\times(6{,}4\times10^3+3{,}60\times10^4)}{86164} \approx 3{,}1\ \text{km.s}^{-1} = 3{,}1 \times 3600 \approx 11 \times 10^3\ \text{km.h}^{-1}$.
   La vitesse d'un satellite géostationnaire est d'environ 3,1 km.s^{-1}, soit $\mathbf{11 \times 10^3\ km.h^{-1}}$.
5. **La vitesse du satellite S est supérieure à celle du point E** puisque pour la même durée le satellite doit parcourir une distance plus grande que le point E : $V_E = \frac{2\pi\times R_T}{T} = \frac{2\pi\times6{,}4\times10^3}{86164} \approx 0{,}47\ \text{km.s}^{-1} \approx 1{,}7 \times 10^3\ \text{km.h}^{-1}$.

Exercice n°4 :

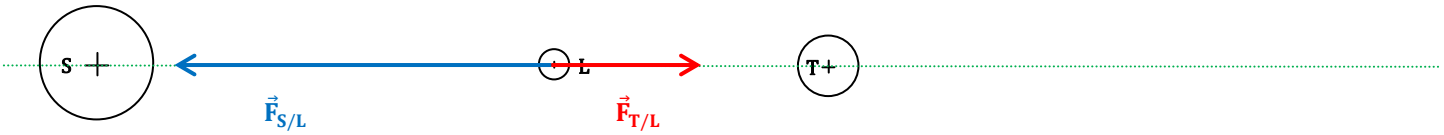
1. Ces deux situations correspondent à des **éclipses** ; **la situation n°1 à une éclipse de Lune** et **la situation n°2 à une éclipse de Soleil**.
2. La valeur de la force d'attraction gravitationnelle $F_{T/L}$ exercée par la Terre sur la Lune est donnée par la relation : $\mathbf{F_{T/L} = \frac{G\times M_T\times M_L}{d_{TL}^2}}$. Effectuons un calcul approché de cette valeur :

$$F_{T/L} = \frac{7\times10^{-11}\times6\times10^{24}\times\frac{6\times10^{24}}{80}}{(4\times10^5\ \times10^3)^2} = \frac{7\times6\times6\times10^{-11}\times10^{24}\times10^{24}}{16\times10^{16}\times80} = \frac{7\times3\times2\times3\times2\times10^{37}}{4\times2\times2\times10^{16}\times4\times2\times10}$$
$$= \frac{7\times3\times3\times10^{37}}{4\times2\times10^{16}\times4\times10} = \frac{63\times10^{37}}{32\times10^{17}} = \frac{63\times10^{20}}{32} \approx \frac{60\times10^{20}}{30} = 2\times10^{20}\ \text{N}.$$

   La valeur de la force d'attraction gravitationnelle $F_{T/L}$ exercée par la Terre sur la Lune est d'environ 2×10^{20} N. On prend comme échelle de représentation : 1 cm sur la figure pour 10^{20} N en réalité ; le vecteur $\vec{F}_{T/L}$ aura donc une longueur de 2 cm.



Situation n°1



Situation n°2

3. La valeur de la force d'attraction gravitationnelle $F_{S/L}$ exercée par le Soleil sur la Lune est donnée par la relation : $\mathbf{F_{S/L} = \frac{G \times M_S \times M_L}{d_{SL}^2}}$. Pour la **situation n°1** : $\mathbf{d_{SL} = d_{ST} + d_{TL}}$ et pour la **situation n°2** : $\mathbf{d_{SL} = d_{ST} - d_{TL}}$.

Effectuons un calcul approché dans le cas de la situation n°1 :

$$F_{\frac{S}{L}} = \frac{7 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30} \times \frac{6 \times 10^{24}}{80}}{(150 \times 10^6 \times 10^3 + 4 \times 10^5 \times 10^3)^2} = \frac{7 \times 2 \times 6 \times 10^{-11} \times 10^{30} \times 10^{24}}{(150 \times 10^9 + 4 \times 10^8)^2 \times 80} = \frac{7 \times 2 \times 6 \times 10^{43}}{(1500 \times 10^8 + 4 \times 10^8)^2 \times 8 \times 10}$$

$$= \frac{7 \times 2 \times 6 \times 10^{42}}{(1504 \times 10^8)^2 \times 4 \times 2} \approx \frac{7 \times 6 \times 10^{42}}{(15 \times 10^{10})^2 \times 4} = \frac{7 \times 3 \times 2 \times 10^{42}}{15^2 \times 10^{20} \times 2 \times 2} \approx \frac{7 \times 3 \times 10^{42}}{200 \times 10^{20} \times 2} \approx \frac{20 \times 10^{22}}{200 \times 2} = \frac{1 \times 10^{22}}{20}$$

$$= \frac{1 \times 10^{21}}{2} = 0{,}5 \times 10^{21} = 5 \times 10^{20} \text{ N.}$$

La valeur de la force d'attraction gravitationnelle $F_{S/L}$ exercée par le Soleil sur la Lune est d'environ 5×10^{20} N. On prend comme échelle de représentation : 1 cm sur la figure pour 10^{20} N en réalité ; le vecteur $\vec{F}_{S/L}$ aura donc une longueur de 5 cm.

Pour la situation n°2 la valeur est la même puisque : $\mathbf{d_{SL} = d_{ST} - d_{TL} \approx d_{SL}}$; en effet :

$$150 \times 10^9 - 4 \times 10^8 = 1500 \times 10^8 - 4 \times 10^8 = 1496 \times 10^8 \approx 15 \times 10^{10} \text{ m.}$$

4. Faisons le rapport $\frac{F_{S/L}}{F_{T/L}}$: $\mathbf{\frac{F_{S/L}}{F_{T/L}} = \frac{5 \times 10^{20}}{2 \times 10^{20}} = 2,5 > 10^{-2}}$; **donc la force d'attraction gravitationnelle du Soleil sur la Lune n'est pas négligeable par rapport à celle exercée par la Terre sur le Lune**.