

Cours de Turbomachines



Préparé par Saïd Aniss

0. INTRODUCTION

Si les origines de la machine hydraulique se perdent dans l'antiquité, il a fallu attendre la fin du 18^{ème} siècle pour voir le mathématicien Euler développer une étude théorique des turbomachines, puis le 19^{ème} siècle pour qu'apparaisse la première turbine moderne.

La turbine hydraulique produit environ le quart de l'énergie électrique consommée dans le monde et il est très rare de rencontrer des unités industrielles où il n'y a pas de pompes, de ventilateurs ou de compresseurs. De ce fait, il est donc important pour l'ingénieur de connaître ce type de machines et c'est le but du cours de turbomachines.

Bien évidemment il m'est impossible de rentrer dans les détails compte tenu du nombre d'heures qui me sont allouées (**9 h cours, 6 h TD, 3h TP**). Aussi le but recherché ici est de donner une description claire du fonctionnement et de l'utilisation des machines hydrauliques. Ni l'aspect de conception, ni l'aspect technologique ne seront abordés.

Nous considérons ici les turbomachines à fluide incompressible dites encore turbomachines hydrauliques. Les principes généraux et les notations fondamentales que nous établirons sont également applicables aux turbomachines à fluide compressible, moyennant adaptation.

L'étude des turbomachines hydrauliques dans lesquelles les effets thermiques sont négligeables peut être entièrement basée sur les lois fondamentales de la mécanique rationnelle et de la mécanique des fluides, qu'on suppose connue.

I. GENERALITES SUR LES TURBOMACHINES

1°) Définition

On appelle turbomachine toute machine dans laquelle un fluide échange de l'énergie avec un ensemble mécanique de révolution tournant autour de son axe de symétrie (une ou plusieurs roues ou rotors munis des aubes ou des augets).

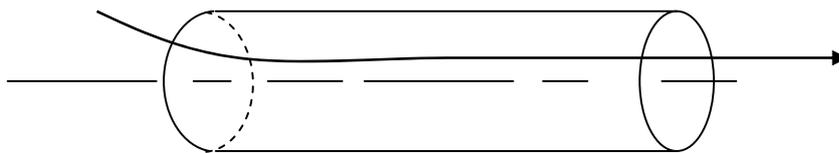
2°) Classification et Géométrie

Dans les turbomachines le transfert d'énergie s'effectue entre le fluide et une roue mobile. La théorie du fonctionnement est la même quelque soit le sens du transfert, mais on distingue :

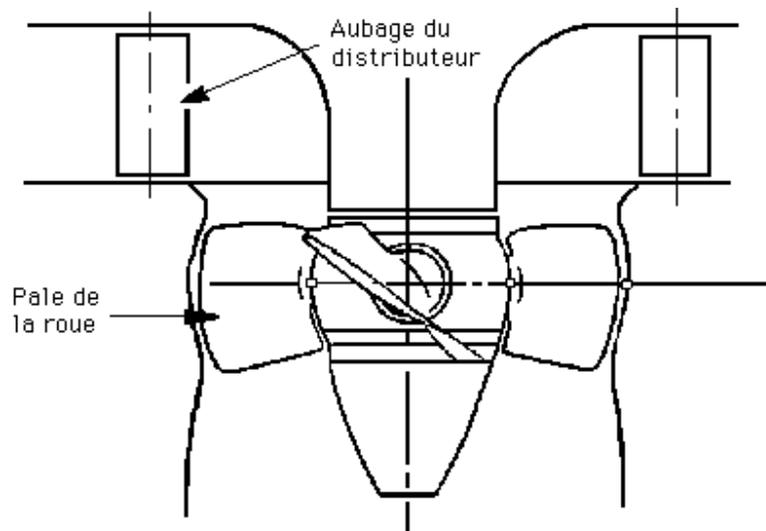
- **Les turbines**, dans lesquelles l'énergie du fluide fait tourner la roue : turbines, éoliennes, etc.... Dans ces machines l'énergie du fluide est cédée à la roue.

- Les **turbopompes et les turbocompresseurs** qui ont pour objet principal de **mettre sous pression, soit un liquide, soit un gaz.**
- Les **turbosoufflantes, les ventilateurs, les hélices** dans lesquels on communique au fluide à la fois de l'énergie de pression et de l'énergie cinétique en proportion variable selon les appareils.

Suivant la manière dont le fluide traverse la roue mobile, on dit que, dans la traversée d'une machine, on a un **passage axial** là où la vitesse du fluide n'a en plus de sa **composante circumférentielle**, qu'une **composante axiale**; chaque ligne de courant se trouve sur la surface d'un cylindre circulaire coaxial à la machine. Une machine est dite axiale si le courant y est sensiblement axial, du moins dans la région où la majeure partie du travail est effectuée. Citons les pompes et les ventilateurs hélicoïdes, des turbines à hélices et les **turbines Kaplan** (figure 1).



Machine à passage axial



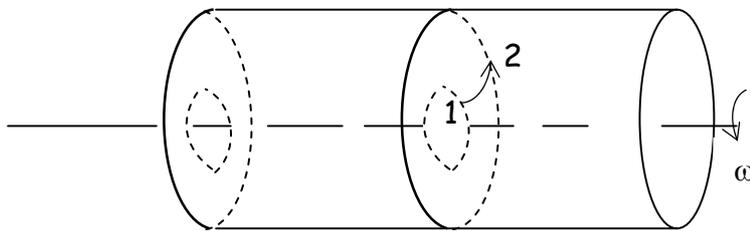
source : OFQC

Figure 1: Vue Schématique d'une turbine Kaplan

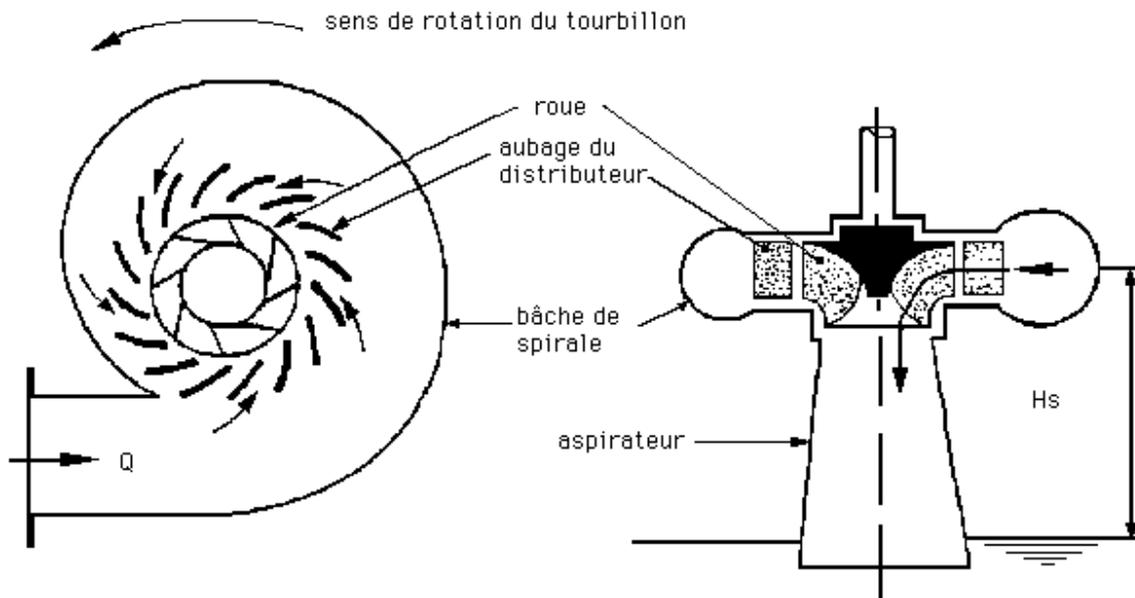
De façon analogue, on dit qu'on a un **passage radial** là où la vitesse n'a, en plus de sa **composante circumférentielle**, qu'une **composante radiale**; chaque ligne de courant se trouve dans un plan perpendiculaire à l'axe de la roue (Les particules fluides se déplacent dans des plans normaux à l'axe de la roue). Une machine est dite radiale si le courant y est à peu près radial. Dans ce cas on qualifie de :

- **Centrifuges**, les machines dans lesquelles les particules s'éloignent de l'axe,
- **Centripètes**, les machines dans lesquelles les particules se rapprochent de l'axe.

Citons les **pompes** et les **ventilateurs centrifuges**, les **turbines hydrauliques Francis** (figure2).



Machine à passage radiale- centrifuge



source : OFQC

Figure 2: Vue schématique d'une turbine Francis



Roues d'une turbine Francis

On dit qu'une turbomachine est à **passage mixte**, **hélico-centrifuge** ou **hélico-centripète**, quand le courant possède trois composantes: circonférentielle, axial et radial à l'une des extrémités. Les particules fluides se déplacent sur des **surfaces de révolution coaxiales** à l'axe de la roue (des cônes de révolution par exemple).

Pour les machines à **passage tangentiel** : les particules fluides se déplacent dans des plans parallèles à l'axe de la roue. Par exemple, pour les turbines hydrauliques Pelton, on fait agir sur la roue un ou plusieurs jets qui arrivent sur les augets avec une vitesse possédant seulement une composante circonférentielle (figure 3).

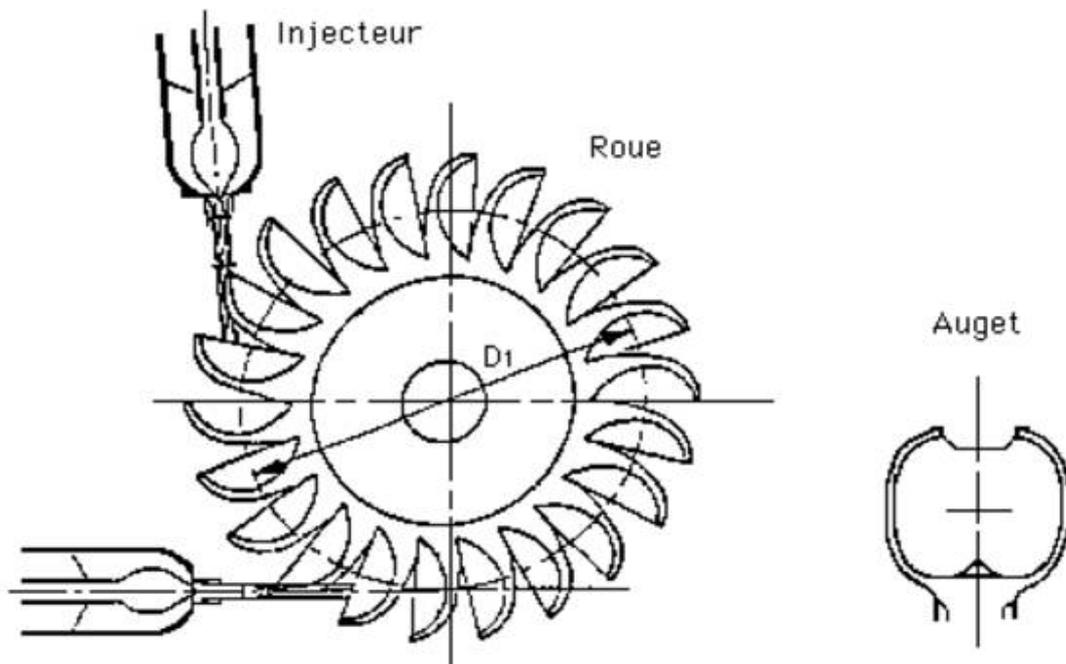


Figure 3 : Turbine Pelton

- **Les turbomachines hydrauliques génératrices** ont pour fonction d'accroître l'énergie du fluide qui les traverse sous forme potentielle ou cinétique, c'est essentiellement les turbopompes.
- **Les turbomachines hydrauliques réceptrices** ont pour fonction de recueillir l'énergie qui leur est cédée par le fluide qui les traverse, cette est transformée en énergie mécanique. En fluide incompressible, les seules turbomachines réceptrices sont les turbines hydrauliques.
- Les turbomachines réversibles sont tantôt réceptrices tantôt génératrices.

3°) Constitution des turbomachines

Une turbomachine est composée essentiellement d'un **mobile de révolution** tournant dans un stator limitée par une enveloppe étanche. Suivant que ce mobile comporte un ou plusieurs rotors, la machine est dite monocellulaire ou multicellulaire. Une machine monocellulaire complète se compose des trois organes distincts que le fluide traverse successivement, soit, depuis l'entrée jusqu'à la sortie, le **distributeur**, le **rotor** comportant une **roue** et le **diffuseur**. **Le distributeur et le diffuseur font partie de stator de la machine.**

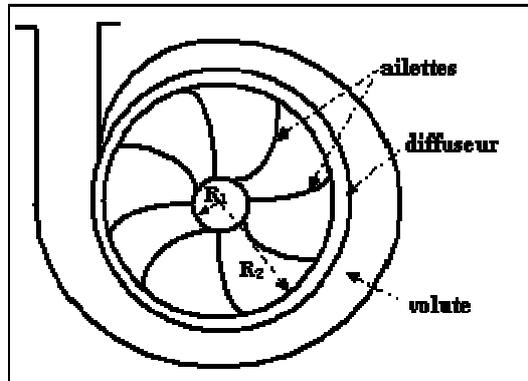
- **Distributeur** : cet organe fixe a pour rôle de conduire le fluide depuis la section d'entrée de la machine jusqu'à l'entrée du rotor.

- **Roue** : c'est l'organe essentiel de la turbomachine, il **comporte des aubages** où s'opèrent les échanges entre énergie mécanique et énergie du fluide. La **forme géométrique** de la roue qui impose l'allure générale de la trajectoire des particules fluide à travers de cet organe, constitue une **base de classification**. Elle varie suivant les divers **paramètres de fonctionnement (hauteur produite, débit et vitesse de rotation)** résumés par un seul paramètre ou **nombre de Brauer, N_s** , défini plus loin. On notera une évolution progressive depuis les plus faibles valeurs pratiques du paramètre N_s (25) jusqu'aux plus élevées (285). Aux valeurs faibles et moyennes correspondent des roues à écoulements centrifuges, aux plus élevées des pompes hélices.

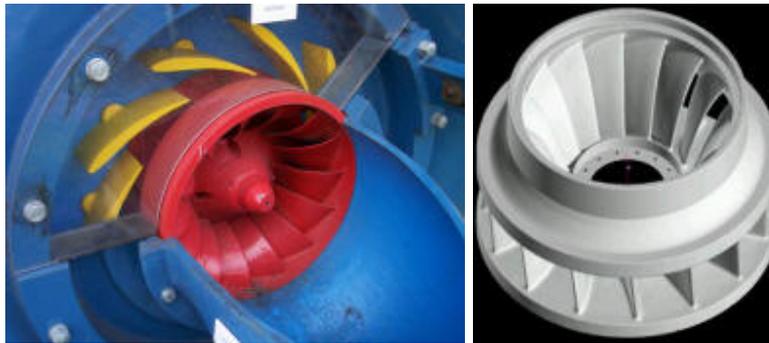
- **Diffuseur** : c'est l'organe qui est destiné à **transformer en pression l'énergie cinétique résiduelle** de l'eau, tout en évacuant celle-ci. On trouve deux types de diffuseurs :

Diffuseur à ailettes : Dans les diffuseurs à ailettes, un certain nombre d'aubages, de tracé curviligne analogue à celui des aubes de la roue, assure cette transformation. Ce type de diffuseur est très généralement utilisé dans les pompes multicellulaires.

Diffuseur Colimaçon : Pour les pompes centrifuges à une seule roue, on utilise le plus souvent un type de diffuseur qui joue en outre un rôle de collecteur de débit à la périphérie de la roue, à cause de sa forme, il a reçu le nom de colimaçon.

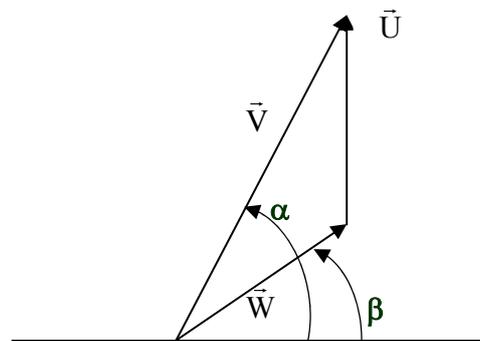
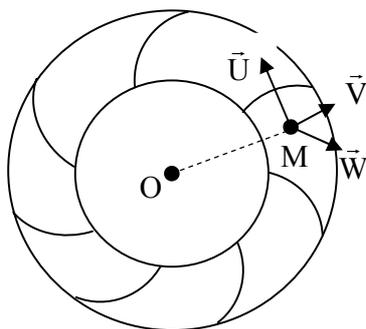


Pompe à volute et à diffuseur



Diffuseur à ailettes

4°) Composition des vitesses



Machine à passage radial – Diagramme des vitesses

Si on considère une particule fluide traversant la roue, on peut définir: sa vitesse absolue \vec{V} , par rapport à un référentiel immobile, sa vitesse relative, \vec{W} , par rapport à un référentiel tournant

avec la roue, sa vitesse d'entraînement \vec{U} . A chaque instant et en chaque point nous avons la relation vectorielle :

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \quad \text{avec} \quad \vec{U} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$$

Où $\vec{\omega}$ avec le vecteur vitesse instantané de rotation de la roue, et \vec{r} la distance de la particule à l'axe de rotation. La relation est illustrée par le diagramme des vitesses, ou triangle des vitesses qu'on pourra tracer en chaque point de l'écoulement. C'est ainsi que les **diagrammes des vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue mobile jouent un rôle très important**, et nous serons amenés à les tracer dans l'étude de chaque machine. Selon le référentiel envisagé on peut donc aussi, pour chaque particule, tracer une trajectoire absolue et une trajectoire relative.

Les schémas d'écoulement retenus dans les trois types fondamentaux de turbomachines sont des **schémas plans**, ce qui facilite considérablement la représentation cinématique des mouvements.

1°) Dans le cas des **roues à passage radial**, le schéma est celui d'un écoulement plan à travers une grille d'aubes annulaire de centre O. On définira la direction des vitesses en un point M par rapport au rayon vecteur $\vec{r} = \vec{OM}$, à savoir :

\vec{V} : Vitesse absolue	\vec{U} Vitesse d'entraînement
\vec{W} : Vitesse relative	α Pour la vitesse absolue
β Pour la vitesse relative	

La vitesse d'entraînement \vec{U} , elle fait toujours l'angle $\frac{\pi}{2}$ avec \vec{OM} . On utilisera l'indice r pour

les grandeurs cinématiques projetées suivant le rayon \vec{OM} , de l'indice u les grandeurs cinématiques projetées suivant la direction tangentielle, faisant un angle $\frac{\pi}{2}$ avec \vec{OM} . On aura

par exemple, comme composante radiale de la vitesse : $V_r = V \cos \alpha = W \cos \beta$. De même on a comme composantes tangentielles (circonférentielles) : $V_u = V \sin \alpha$, $W_u = W \sin \beta$

2°) Dans le cas de **roues à passage axial**, on fait une coupe cylindrique de la roue, qu'on développe ensuite sur un plan. On se trouve en présence d'un écoulement plan à travers une grille d'aubes plane. On définira la direction des vitesses en un point M par rapport à la direction normale au plan de grille (direction axiale) orientée positivement dans le sens du passage du

fluide à travers la grille en conservant les désignations et respectivement pour les vitesses absolue et relative. La vitesse d'entraînement \vec{U} est parallèle au plan de grille.

On affectera de l'indice a les grandeurs cinématique projetées suivant la direction axiale, de l'indice u , comme précédemment, les grandeurs cinématique projetées suivant la direction tangentielle faisant $\frac{\pi}{2}$ avec la direction axiale.

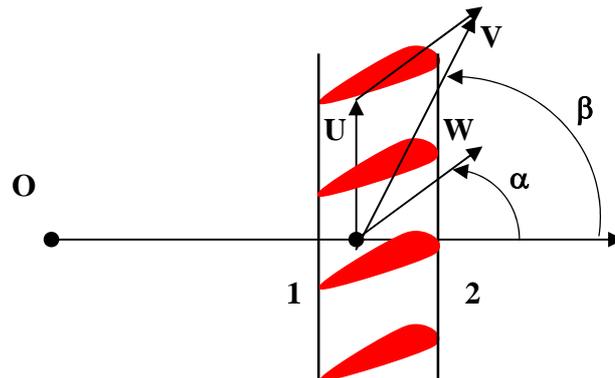


Figure : Développement de la section cylindrique d'une roue à passage axial -

II. THEOREMES GENERAUX

Les équations utilisées sont celles de la mécanique des fluides classique sous forme intégrale. Les écoulements ne sont pas permanents, puisque du rotor sont mobiles. Cependant si la machine est en fonctionnement constant, l'écoulement absolu pourra être supposé permanent en moyenne. On définit alors :

$$\bar{f} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) dt \quad \tau = O\left(\frac{1}{\omega}\right) \quad (\omega \text{ est la vitesse de rotation de la machine})$$

$\bar{\omega}$: Vitesse de rotation de la machine.

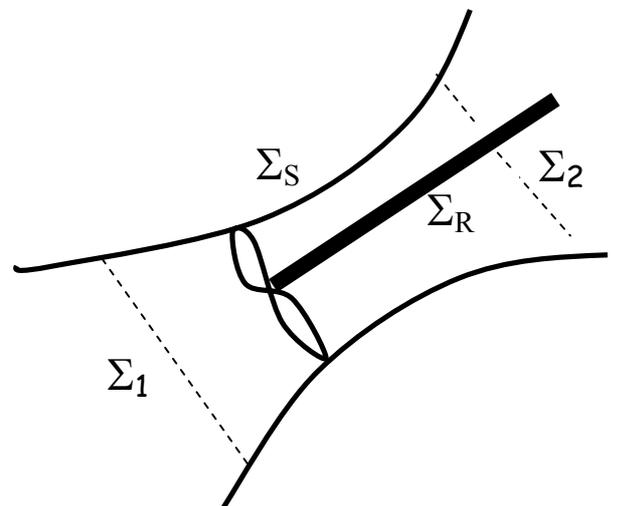
Σ_R : Paroi mobile du rotor

Σ_S : Paroi fixe du stator

Σ_1, Σ_2 : Sections d'entrée et de sortie.

Ω : Volume de contrôle

$\partial\Omega$: Surface totale du volume de contrôle égale



Théorème du transport (Théorème de Reynolds) :

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega} f \, dt = \int_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial t} \, dV + \int_{\partial\Omega} f \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds$$

1°) Conservation de la masse

Si $f = \rho = \text{constante}$ fluide incompressible : $\frac{Dm}{Dt} = 0 = \frac{D}{Dt} \int_{\Omega} \rho \, dV$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \int_{\partial\Omega} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

$$\int_{\partial\Omega} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{\Sigma_1} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_2} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_S} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_R} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

Or sur Σ_S : $\vec{V} \cdot \vec{n} = 0$ (condition de glissement), alors $\int_{\Sigma_S} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0$, et sur Σ_R : $\vec{W} \cdot \vec{n} = 0$ (\vec{W}

étant la vitesse relative). Soit \vec{U} la vitesse d'entraînement ($\vec{V} = \vec{U} + \vec{W}$):

$$\int_{\Sigma_R} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{\Sigma_R} \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_R} \vec{W} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{\Sigma_R} \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS$$

Or $\vec{U} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$ et $M \in \Sigma_R$:

$$\int_{\Sigma_R} \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{\Sigma_R} (\vec{\omega} \wedge \vec{OM}) \cdot \vec{n} \, dS$$

D'où :

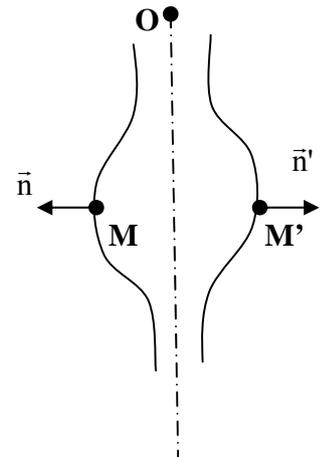
$$\int_{\Sigma_R} \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS = \vec{\omega} \cdot \int_{\Sigma_R} (\vec{OM} \wedge \vec{n}) \, dS$$

Σ_R est de révolution. Chaque point M admet son symétrique M'. Donc :

$$\vec{OM} \wedge \vec{n} = -\vec{OM}' \wedge \vec{n}' \Rightarrow \int_{\Sigma_R} \vec{OM} \wedge \vec{n} = \vec{0}$$

Il reste :

$$\int_{\Sigma_1} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_2} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$



2°) Théorème de l'énergie cinétique

La dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique est égale à la puissance fournie par les efforts intérieurs et extérieurs: $\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{int}} + P_{\text{ext}}$

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho V^2 dV = P_{\text{int}} + P_m + P_g + P_s$$

P_m : Puissance fournie par le rotor au fluide

P_{int} : Puissance des efforts intérieurs

P_g : Puissance des efforts de pesanteurs

P_s : Puissance des efforts surfaciques extérieurs exercées sur $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$. Les efforts sur Σ_S ne travaillent pas car Σ_S est fixe.

- $$P_{\text{int}} = - \int_{\Omega} \sigma_{ij} V_{i,j} dS = - \int_{\Omega} \sigma_{ij} (-p\delta_{ij} + \mu\varepsilon_{ij}) dS$$

σ_{ij} est le tenseur des contraintes. Si on néglige les effets de viscosité, on a :

$$\sigma_{ij} V_{i,j} = -p \delta_{ij} V_{i,j} = -p V_{i,i} = 0$$

- $$P_g = \int_{\Omega} (-\overrightarrow{\text{grad}}(\rho g z)) \cdot \vec{V} dV = - \int_{\Omega} \text{div}(\rho g z \vec{V}) dV = - \int_{\partial\Omega} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

$$P_g = - \int_{\Sigma_R \cup \Sigma_S \cup \Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} dS = - \int_{\Sigma_R} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} dS - \int_{\Sigma_S} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} dS - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

Sur Σ_S , $\vec{V} \cdot \vec{n} = 0$ et sur Σ_R , $\vec{W} \cdot \vec{n} = 0$:
$$P_g = - \int_{\Sigma_R} \rho g z \vec{U} \cdot \vec{n} dS - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

Si on opère à z fixé et en utilisant la même procédure que dans 1°) (Conservation de la masse), on

obtient :
$$P_g = - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

- $$P_s = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \vec{t} \cdot \vec{V} \, dS = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} (-p \vec{n}) \cdot \vec{V} \, dS = - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} p \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds$$

Le théorème de l'énergie cinétique devient :

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho V^2 \, dV = P_m - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} p \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

En utilisant le théorème de transport de Reynolds, on a :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) dV + \int_{\partial \Omega} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = P_m - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} p \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds$$

- $$\int_{\partial \Omega} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{\Sigma_R} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

- $$\int_{\Sigma_R} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{\Sigma_R} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{U} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

Finalement, en considérant que l'écoulement est permanent, le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$$\int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g z \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} p \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = P_m$$

Soit :

$$P_m = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho g H \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

Avec $H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{V^2}{2g}$ la charge absolue. En général on définit la charge moyenne dans une section par :

$$H_m = \frac{p}{\rho g} + z + \alpha \frac{V_m^2}{2g} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\int_{\Sigma} V^3 dS}{V_m^3 S} \quad (\alpha = 1 \text{ si l'écoulement est uniforme})$$

Si $H_m = H$, alors :

$$P_m = \rho g H_{m1} \int_{\Sigma_1} \vec{V} \cdot \vec{n} dS + \rho g H_{m2} \int_{\Sigma_2} \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

Le débit volumique est défini par :

$$q_v = - \int_{\Sigma_1} \vec{V} \cdot \vec{n} dS = \int_{\Sigma_2} \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

D'où :

$$P_m = \rho g q_v (H_{m2} - H_{m1})$$

D'où la hauteur de la turbomachine est: $H_n = \frac{P_m}{\rho g q_v}$. P_m étant la puissance reçue par le fluide

(ou fournie par le rotor). Si $P_m > 0$ c'est une pompe (gain de charge) et si $P_m < 0$ c'est une turbine (perte de charge)

3°) Théorème du moment cinétique

$$D \int (\vec{OM} \wedge \rho \vec{V}) dV$$

Le théorème du moment cinétique s'exprime : $\frac{D \int (\vec{OM} \wedge \rho \vec{V}) dV}{Dt} = \vec{M}_{F_{ext}}(O)$. La quantité

$\vec{M}_{F_{ext}}(O)$ représente le moment résultant des efforts extérieurs. En appliquant le théorème de transport de Reynolds

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho (\vec{OM} \wedge \vec{V}) dV \right) + \int_{\partial \Omega} \rho (\vec{OM} \wedge \vec{V}) \vec{V} \cdot \vec{n} dS = \vec{M}_{F_{ext}}(O)$$

L'écoulement est permanent en moyenne, et les conditions cinématiques sur Σ_R et Σ_S permettent d'obtenir :

$$\int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho (\vec{OM} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = \vec{M}_{\text{Fext}}(O)$$

$\vec{M}_{\text{Fext}}(O)$ se décompose en :

- **Le couple** exercé par le rotor sur le fluide \vec{C}
- **Le moment résultant de la densité surfacique des efforts exercés sur $\Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_S$:**

$$\vec{M}_{\Sigma}(O) = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_S} \vec{OM} \wedge \vec{t} \, dS$$

- **Le moment des efforts de pesanteur :**

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\vec{OM} \wedge (\rho \vec{g})) \, dV &= \left(\int_{\Omega} \vec{OM} \, \rho \, dV \right) \wedge \vec{g} \\ \int_{\Omega} \vec{OM} \, \rho \, dV &= \int_{\Omega} \vec{OG} \, \rho \, dV + \int_{\Omega} \vec{GM} \, \rho \, dV \\ &= \vec{0} \\ \vec{M}_g(O) &= \vec{OG} \wedge M \vec{g} \end{aligned}$$

En général les machines sont symétriques et G se trouve l'axe de rotation si bien que la projection de $\vec{M}_g(O)$ sur l'axe de rotation est nul.

Or $\vec{P}_m = \vec{C} \cdot \vec{\omega} = C \omega$ et

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho (\vec{OM} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS &= \vec{C} + \vec{M}_{\Sigma}(O) \\ \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho \vec{\omega} (\vec{OM} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS &= \vec{C} \cdot \vec{\omega} + \vec{M}_{\Sigma}(O) \cdot \vec{\omega} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } P_m = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho \bar{\omega} (\overline{OM} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS - \vec{M}_{\Sigma}(O) \cdot \bar{\omega}$$

$$\text{En général on néglige le dernier terme dans ce cas : } P_m = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho \bar{\omega} (\overline{OM} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

$$P_m = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho \vec{V} \cdot (\bar{\omega} \wedge \overline{OM}) \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

Soit

$$P_m = \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \rho (\vec{V} \cdot \vec{U}) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

Si on suppose que l'écoulement est uniforme en Σ_1 et Σ_2 :

$$P_m = \rho \bar{U}_1 \bar{V}_1 \int_{\Sigma_1} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS + \rho \bar{U}_2 \bar{V}_2 \int_{\Sigma_2} \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

$$P_m = \rho q_v (\bar{U}_2 \cdot \bar{V}_2 - \bar{U}_1 \cdot \bar{V}_1) \quad \text{Formule D'Euler}$$

$$\text{Soit } P_m = \rho g q_v (H_2 - H_1)$$

C'est l'équation d'Euler pour les turbomachines où \bar{V}_1 et \bar{V}_2 représentent les vitesses d'entrée et de sortie du fluide, \bar{U}_1 et \bar{U}_2 sont les vitesses d'entraînement dues à la rotation $\bar{\omega}$ dans les sections d'entrée et de sortie.

Si Pompe : $P_m > 0$ et si Turbine : $P_m < 0$.

$$\text{On définit alors la hauteur théorique, ou hauteur interne : } H_{th} = \frac{P_m}{\rho g q_v} = \frac{\bar{U}_2 \cdot \bar{V}_2 - \bar{U}_1 \cdot \bar{V}_1}{g}$$

4°) Conservation de la charge relative

Nous avons vu que: $P_m = \rho q_v (\bar{U}_2 \cdot \bar{V}_2 - \bar{U}_1 \cdot \bar{V}_1)$ et $P_m = \rho g q_v (H_2 - H_1)$. Donc

$$g (H_2 - H_1) = \bar{U}_2 \cdot \bar{V}_2 - \bar{U}_1 \cdot \bar{V}_1$$

$$\begin{aligned}\bar{U} \cdot \bar{V} &= \bar{U} \cdot (\bar{U} + \bar{W}) = \bar{U}^2 + \bar{U} \cdot \bar{W} \\ \bar{V}^2 &= (\bar{U} + \bar{W})^2 = \bar{U}^2 + \bar{W}^2 + 2\bar{U} \cdot \bar{W} \\ \bar{U} \cdot \bar{V} &= \bar{U}^2 + \frac{\bar{V}^2 - \bar{U}^2 - \bar{W}^2}{2} = \frac{\bar{V}^2 + \bar{U}^2 - \bar{W}^2}{2} \\ H_2 - H_1 &= \frac{\bar{V}_2^2 + \bar{U}_2^2 - \bar{W}_2^2}{2g} - \frac{\bar{V}_1^2 + \bar{U}_1^2 - \bar{W}_1^2}{2g} \\ H_2 - \frac{\bar{V}_2^2 + \bar{U}_2^2 - \bar{W}_2^2}{2g} &= H_1 - \frac{\bar{V}_1^2 + \bar{U}_1^2 - \bar{W}_1^2}{2g}\end{aligned}$$

La charge relative est définie par :

$$H_r = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{W^2 - U^2}{2g}$$

D'où : $H_{r1} = H_{r2}$ (Conservation de la charge relative).

III. ETUDE DIMENSIONNELLE ET SIMILITUDE

En fonctionnement constant, le fonctionnement d'une turbomachine est défini par une relation liant toutes les grandeurs physiques intervenant :

$$f(gH, q_v, N, \rho, \mu, D, L_1, L_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) = 0$$

Où :

H : Charge caractéristique et g l'accélération de la pesanteur

q_v : Débit volumique

ρ : Masse volumique du fluide

μ : Viscosité dynamique du fluide

D : Diamètre de la roue

$L_1, L_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ des longueurs, des angles caractérisant la géométrie de la machine. On sait qu'à partir de ces grandeurs, on peut choisir des grandeurs fondamentales à partir desquelles on peut construire des nombres sans dimensions :

Généralement on choisit une grandeur, dynamique, une géométrique et une propriété physique. Choisissons N, D, ρ . Il est évident que ces grandeurs sont dimensionnellement indépendantes (système fondamental d'unités). En effet :

	D	N	ρ
L	1	0	-3
M	0	0	1
T	0	-1	0

Det (D, N, ρ) = 1 \neq 0 d'où ces grandeurs sont indépendantes. On peut donc construire sur cette base des nombres dans dimensions, relatifs aux autres grandeurs.

	D	N	ρ	g h	q_v	μ	L_i	α_i
L	1	0	-3	2	3	-1	1	0
M	0	0	1	0	0	1	0	0
T	0	-1	0	-2	-1	-1	0	0

On construit :

$$\pi_{gH} = \frac{gH}{D^\alpha N^\beta \rho^\gamma} = \frac{L^2 T^{-2}}{L^\alpha T^{-\beta} (ML^{-3})^\gamma} \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma$$

D'où : $\pi_{gH} = \frac{gH}{N^2 D^2} = m$ appelé pouvoir Manométrique

$$\pi_{q_v} = \frac{q_v}{ND^3} = \delta \quad \text{appelé pouvoir débitant}$$

Et $\pi_{L_i} = \frac{L_i}{D}$

D'après le théorème de Vaschy-Buckingham, la relation précédente devient :

$$f\left(m, \delta, \frac{1}{Re}, \frac{L_i}{D}, \dots, \alpha_i, \dots\right) = 0$$

Dans la plupart des cas, les écoulements sont suffisamment rapides, si bien que Re est très grand, et par suite on peut négliger 1/Re, de ce fait la relation précédente devient :

$$f\left(m, \delta, \frac{L_i}{D}, \dots, \alpha_i, \dots\right) = 0$$

Pour des machines géométriquement semblables, en fonctionnement cinématiquement semblables (triangles de vitesses homologues sont semblables), les coefficients m et δ sont les mêmes, on les appelle les **Invariants de Râteau.**

Une seule caractéristique $m = g(\delta)$ suffit alors à déterminer les caractéristiques réelles de toutes les machines et le fonctionnement d'une même classe d'équivalence.

On définit d'autres coefficients :

$$\tau = \frac{P}{\rho N^3 D^5} : \text{Le coefficient de puissance} \quad \text{et} \quad c = \frac{C}{\rho N^2 D^5} : \text{Le couple réduit.}$$

Dans la suite on introduira :

$$1^\circ) \text{ le degré de réaction} : r = \frac{p_2 - p_1}{\rho g H} \text{ ou } \frac{p_2 - p_1}{\rho N^2 D^2}$$

Si $r = 0$ on dit que la machine est une machine action (ou à impulsion).

Si $r \neq 0$ on parlera de la machine à réaction.

2°) la vitesse spécifique :

$$\text{Soit } n_{sq} = N \frac{\sqrt{q_v}}{H^{3/4}} \text{ (vitesse spécifique de Brauer).}$$

$$\text{Soit } n_{sp} = N \frac{\sqrt{P}}{H^{5/4}} \text{ (vitesse spécifique de Camerer).}$$

Ces vitesses des machines semblables travaillant au point de rendement maximum avec :

- Soit un débit de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ et une charge de 1 m de fluide.
- Soit une puissance de 1 cheval et une charge de 1 m de fluide.

Ces nombres ne sont pas adimensionnels

$$n_{sq}^* = N \frac{\sqrt{q_v}}{(gH)^{3/4}} \quad n_{sq}^* = N \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\rho} (gH)^{5/4}}$$

n_{sq} est utilisé pour les pompes et n_{sp} est utilisé pour les turbines.

IV CAVITATION

La **cavitation est la vaporisation du liquide** contenu dans la pompe quand il est soumis à une **pression inférieure à la tension de vapeur** correspondant à sa température.

Des bulles apparaissent dans les zones où la pression est la plus faible (entrée des aubes de roue des pompes centrifuges) : elles sont **transportées dans les zones de pressions plus fortes où se produit leur recondensation**. Des **implosions se produisent** alors à des fréquences élevées et créent des **surpressions locales très élevées** (jusqu'à des centaines de bars).

La cavitation est un **phénomène à éviter absolument**, car il entraîne de graves conséquences:

- **Chute brutale du rendement**
- Des **vibrations** violentes dues à la résorption des bulles, accompagnées d'un bruit intense de "cailloux roulés"; la violence s'explique par l'instabilité des bulles au cours de leur résorption.
- Une **érosion des surfaces solides** due à la fois aux vibrations et, sans doute, à une attaque chimique par l'oxygène qui existe toujours dans les bulles.

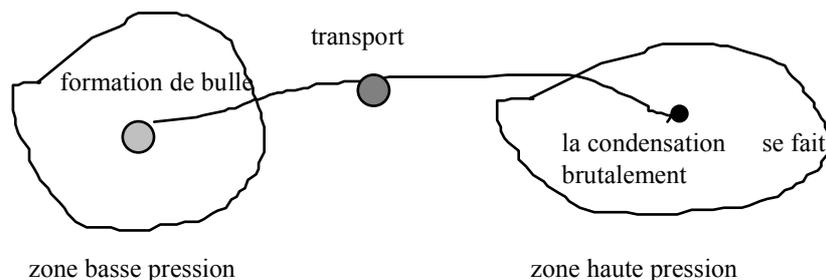
Ce phénomène apparaît dans les machines sous deux formes :

- La cavitation globale : à l'entrée d'une pompe par exemple lorsque celle-ci n'est pas en charge
- La cavitation locale : aux extrémités des pales d'une turbine par exemple.

Dans les deux cas on entend un bruit caractéristique de cailloux roulés. L'approche théorique de ce phénomène est très difficile. On distingue trois parties :

- La formation des bulles ;
- Le transport ;
- La disparition ou implosion.

Ce troisième point est mal connu et est néfaste aussi bien pour l'installation, que pour le fonctionnement.



Expression de la condition de non cavitation:

Pour qu'il n'y ait pas cavitation, il faut que $P_{asp} > P(T)$. En appliquant la relation de Bernoulli entre la surface du réservoir d'alimentation et le point d'aspiration de la pompe, on parvient à la

relation suivante:
$$P_{asp} = P_a + \rho g z_a + \rho \frac{U_a^2}{2} - \rho g z_{asp} - \rho \frac{U_{asp}^2}{2} > P(T)$$

En supposant que le réservoir d'alimentation est de grande dimension ($U_a \rightarrow 0$) et que z_{asp} est nul. On en déduit donc:

$$\frac{P_a - P(T)}{\rho g} + z_a - z_{asp} - \frac{U_{asp}^2}{2g} > 0$$

$NPSH_{disp}$ et $NPSH_{req}$:

Le problème consiste maintenant à définir un critère permettant de savoir si le risque de

cavitation existe. Le terme $\frac{P_a - P(T)}{\rho g} + z_a - z_{asp} - \frac{U_{asp}^2}{2g}$ est nommé le **N.P.S.H. (Net Positive**

Suction Head) du circuit ou N.P.S.H.disp (N.P.S.H. disponible).

En fait la condition écrite plus haut n'est pas assez restrictive; il ne suffit pas d'écrire que la pression à l'orifice d'aspiration de la pompe soit supérieure à la tension de vapeur. En effet **il existe des zones à l'intérieur de la pompe où la pression est encore plus faible**. Pour les pompes centrifuges cet endroit se situe dans le prolongement de l'arbre. Cette pression n'est pas calculable par l'utilisateur car elle dépend de la perte de charge entre l'aspiration et ce point : elle dépend donc des caractéristiques de la pompe et augmente avec le débit. En conséquence, le constructeur fournit une autre courbe caractéristique en fonction du débit : le $N.P.S.H.req$ (N.P.S.H. requis) qu'il a déterminé après essais pour prendre en compte les pertes de charge de la pompe. Cette grandeur est celle permettant un fonctionnement sans risque de cavitation.

A l'instant où la bulle disparaît, on enregistre des variations de pression de quelques centaines de bars. Les parois sont donc soumises à des coups de bélier très destructeurs. Il faut donc travailler

dans les conditions où il n'y a pas apparition de cavitation. Si la cavitation apparaît, on peut faire une injection de bulles d'air en petite quantité. Ces bulles compressibles serviront d'amortisseurs et permettront l'élimination des bruits et de vibrations. Dans les similitudes, il faut tenir compte de ce phénomène. On introduit le nombre de Leroux : $L = \frac{p - p_s}{\rho V^2}$, ou le coefficient de Thomas:

$$H^* = \frac{p - p_s}{\rho g H} + \frac{V^2}{2gH}, \text{ où la hauteur nette à l'aspiration appelé N.P.S.H. (Net Positive Suction Head)}$$

$$= \text{N.P.S.H.} = \frac{p_a - p_s}{\rho g} + h - h_f$$

V. LES TURBINES

Une turbine hydraulique est le lieu d'un transfert d'énergie du fluide vers la roue : l'énergie mécanique étant alors récupérée sur l'arbre.

Comme nous l'avons vu précédemment, la puissance algébrique P_m est négative dans ce cas. Pour plus de commodité dans les calculs, nous inverserons ici les signes, ainsi on pose $P_i = -P_m$ et :

$$P_i = \rho q_v (\vec{U}_1 \cdot \vec{V}_1 - \vec{U}_2 \cdot \vec{V}_2)$$

On classe les turbines en deux catégories :

1°) **Les turbines à action** : ici le degré de réaction est nul $r = 0$. **La diminution de la charge est due exclusivement à la perte d'énergie cinétique.**

$$\left(r = \frac{p_2 - p_1}{\rho g H} \text{ ou } \frac{p_2 - p_1}{\rho N^2 D^2} \right), \quad \left(\begin{array}{l} r = 0 \Rightarrow p_2 = p_1 \\ H = \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} \Rightarrow \Delta H = \Delta \left(\frac{V^2}{2g} \right) \end{array} \right)$$

Toute l'énergie cinétique du fluide est disponible dans un ou plusieurs jets. Le passage est tangentiel.

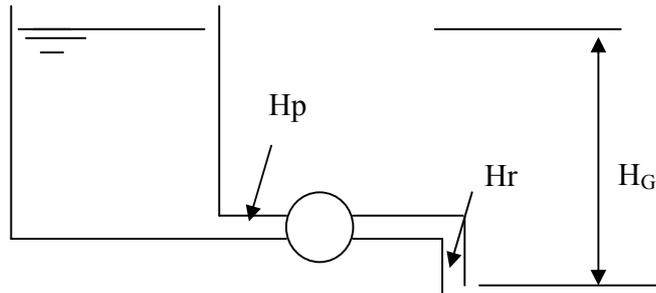
2°) **Les turbines à réaction** :

Dans ce cas $r \neq 0$, **l'énergie hydraulique disponible se présente sous forme d'énergie cinétique et de pression**, le transfert se fait sur une grande surface et le rotor est donc noyé.

3) Bilan énergétique

La hauteur de chute ou **hauteur génératrice H_g** correspond à la différence de cote des surfaces libres amont et aval, **aux pertes près (H_p)**.

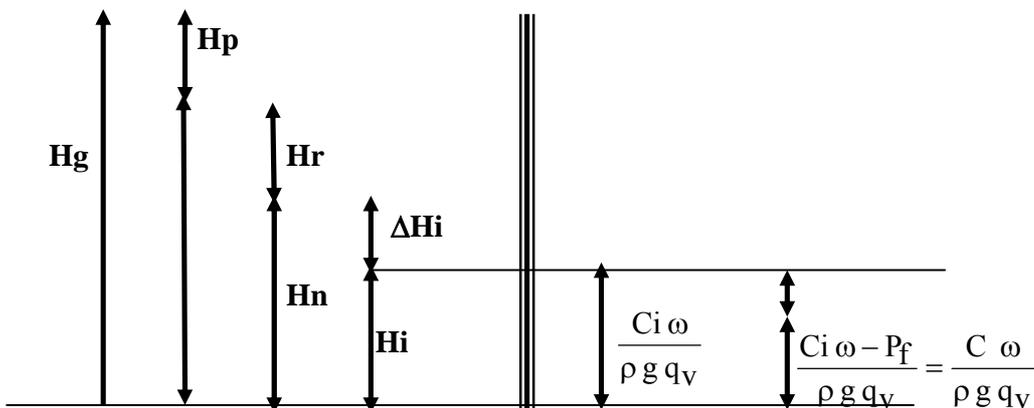
A la sortie de la turbine, le fluide dispose d'une **énergie résiduelle H_r** qui n'est pas récupérée. On appelle la hauteur nette H_n (ou utile) la quantité : $H_n = H_g - H_p - H_r$



Toute cette énergie H_n ne sera pas intégralement transférée au rotor. En effet dans la traversée des organes fixes et mobiles (stator, rotor), le fluide perd de l'énergie par frottement et par choc ΔH_i . Seule l'énergie restante sera transférée au rotor, cette énergie est exprimée en hauteur de fluide qu'est **la hauteur interne** : $H_i = H_n - \Delta H_i$.

L'énergie mécanique disponible au rotor : $C_i \omega = \rho g q_v H_i$ (C_i : couple interne).

La puissance mécanique disponible à la sortie de la turbine est : $C \omega = C_i \omega - P_f$ où P_f est la **puissance dissipée par frottement au niveau des paliers**. Le bilan énergétique est illustré par le diagramme ci dessous :



H_g : Hauteur de chute ou hauteur génératrice, H_p : charge résiduelle du fluide à la sortie de la turbine

C_f : couple de frottements mécaniques, C : Couple réel disponible sur l'arbre.

Le bilan d'énergie fait apparaître plusieurs rendements :

- Le rendement interne $\eta = \frac{H_{th}}{H_n}$ ($H_{th} = H_i$) qui tient compte des pertes hydrauliques ΔH_i sur la roue.
- Le rendement mécanique $\eta_m = \frac{C}{C_i}$.
- Le rendement global $\eta_g = \frac{C \omega}{\rho g q_v H_g}$.

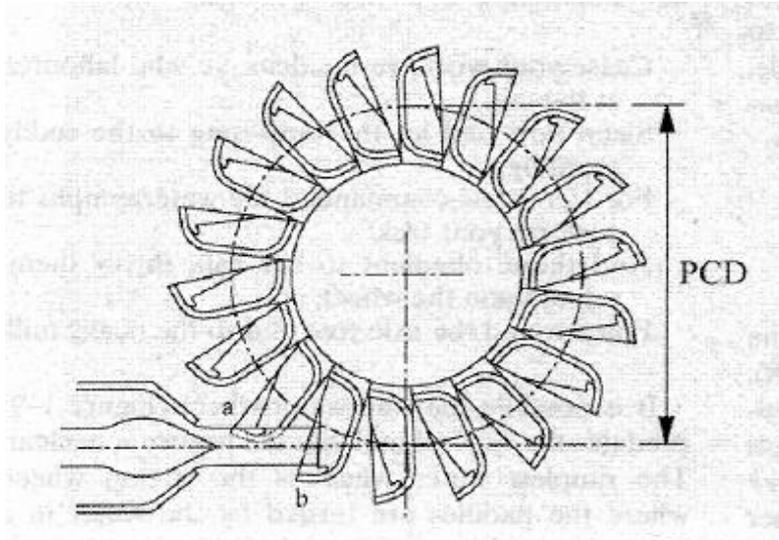
Le fonctionnement nominal est en général choisi lorsque le rendement total est maximum, c'est à dire lorsque $H_p + H_r + \Delta H_i$ est minimum.

3°) La turbine Pelton

La turbine **Pelton est une turbomachine à action ($r = 0$) qui fonctionne à l'air libre**: on envoie un ou plusieurs jets sur des augets ; le **passage est tangentiel**. Elle travaille à débit **relativement faible sous une hauteur de chute élevée (300 m à 1200 m) avec une grande vitesse de rotation et une vitesse spécifique de 0,003 à 0,03**.



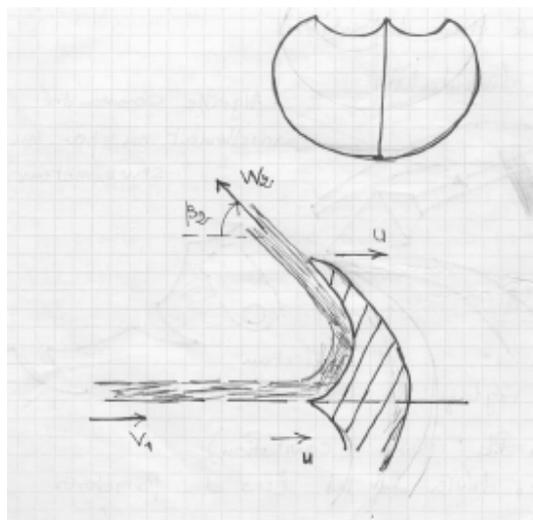
1°) **L'alimentation** est constituée d'un injecteur dont l'extrémité se termine par un convergent, dans lequel se place une aiguille destinée au réglage du débit ; un déflecteur placé après l'injecteur sert à dévier le jet lors des fermetures rapides (l'aiguille vient obturer progressivement l'orifice, évitant ainsi les coups de bélier).



On définit le rendement d'alimentation de l'injecteur par : $\eta_a = \frac{V_1}{(2gH_g)^{1/2}}$ où V_1 est la vitesse du fluide dans le jet et η_a est généralement proche de 1.

2°) La Roue

La roue est à passage tangentiel et le transfert se fait à la périphérie de la roue dans des augets en nombre et formes calculés.



L'angle d'entrée β_1 doit être faible, ce qui conduit à construire une arête d'entrée très affûtée dont l'usure constitue un problème principal :

L'angle de sortie β_2 doit être également faible, cependant un retour complet du jet provoque le phénomène de talonnage qui diminue le rendement. Le talonnage est dû à l'impact du jet sur l'extrados de l'auget suivant.

$$|\vec{U}_1| = |\vec{U}_2| = U = \omega R \quad (R \text{ est le rayon de la roue})$$

Ainsi la **puissance intrinsèque** devient :

$$P_i = \rho q_v (\vec{U}_1 \cdot \vec{V}_1 - \vec{U}_2 \cdot \vec{V}_2) = \rho q_v (\omega R V_1 - \omega^2 R^2 + \omega R W_2 \cos \beta_2)$$

On néglige les pertes ΔH_i et si on écrit la conservation de la charge

relative $\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}$. En tenant compte du fait que $r = 0$ ($p_1 = p_2$), on a :

$$U_1 = U_2 \Rightarrow W_1 = W_2$$

Or $W_1 = V_1 - U$, d'où $W_2 = V_1 - U$. Enfin

$$P_i = \rho q_v R \omega (V_1 - R\omega) (1 + \cos \beta_2)$$

Le meilleur transfert ayant lieu pour $\beta_2 = 0$, mais il faut éviter le problème de talonnage.

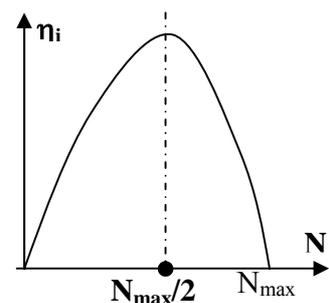
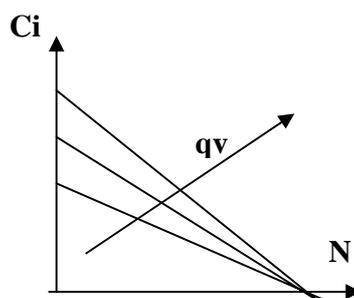
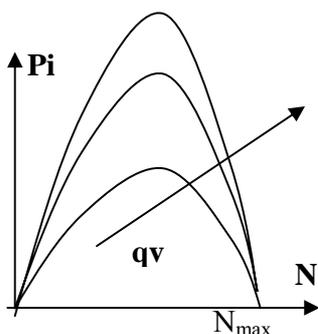
$P_i = 0$ pour $\omega_{\max} = \frac{V_1}{R} = 2 \pi N_{\max}$ où N_{\max} est la vitesse théorique d'emballement ($V_1 =$

U_{\max}). V_1 est fixé par H_g : $V_1 = \sqrt{2 g H_g}$. Le débit q_v est fixé par l'ouverture de l'injecteur.

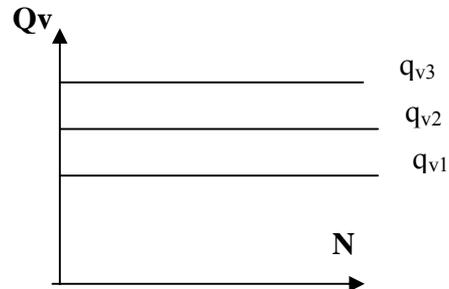
Comme $U = \frac{2 \pi N}{60} R$, P_i est de la forme: $P_i = A q_v N (N_{\max} - N)$

Les caractéristiques théoriques ont les allures suivantes :

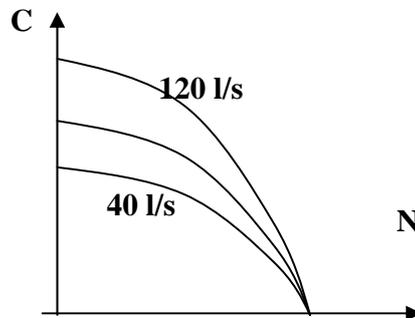
- $P_i = C_i \omega \approx C_i N$, donc $C_i = A' q_v (N_{\max} - N)$
- $H_n \approx H_G$ et $H_i \approx P_i / (\rho g q_v)$ donc $\eta_i = H_i / H_n \approx A'' q_v (N_{\max} - N) N$



Le débit q_v est fixé par l'ouverture de l'injecteur et par la hauteur génératrice **donc q_v est indépendant de N .**



Les caractéristiques réelles :



On remarquera que le couple est maximal au démarrage et que la vitesse d'emballement reste finie ($\approx V_1$), elle est fixée par la hauteur génératrice.

4°) Les turbines à réactions **KAPLAN** et **FRANCIS**

Ces turbines ont des gammes complémentaires de hauteur de chute.

	Turbine KAPLAN	Turbine FRANCIS
Hg q_v N passage	de 5 à 80 m (faible hauteur de chute) débit élevé, (350 à 1000 tr/mn), passage axial.	de 80 à 300m (hauteur de chute assez élevé) assez fort radial (ou hélicoïdal)

1°) **L'alimentation** est constituée d'une bêche et d'un distributeur.

-La bêche est raccordée à la conduite amont, elle est en général sous forme de Colimaçon (bêche spirale)

- Le distributeur sert à régler le débit. Il est constitué par une série de directrices profilées, toutes solidaires les unes aux autres et actionnées par le cercle de Vannage et à faire varier l'angle d'entrée.

2°) **La roue** comprend un nombre d'aubes (ou pales). Voici à titre d'exemple pour la turbine Kaplan, un tableau donnant quelques caractéristiques :

Nombre d'aubes	D_m/D	Chute H_g	N (tr/mn)
3	0,38	2 à 3 m	950
4	0,40	3 à 15 m	950 à 800
5	0,45	15 à 20 m	800 à 600
6	0,50	20 à 25 m	600 à 500
7 et 8	0,60	30 à 80 m	500 à 400

Où D_m est le diamètre moyen et D le diamètre de la roue. Dans une turbine KAPLAN, les aubes sont très souvent orientables.

La gamme des vitesses spécifiques des roues Kaplan s'étend de $\eta_s = 350$ tr/mn à de $\eta_s = 1000$ tr/mn (Camerer). Le nombre des pales est de 3 à 8.

La gamme des vitesses spécifiques des roues Francis s'étend de $\eta_s = 50$ tr/mn à de $\eta_s = 450$ tr/mn (Camerer). Le nombre des pales est de 3 à 8.

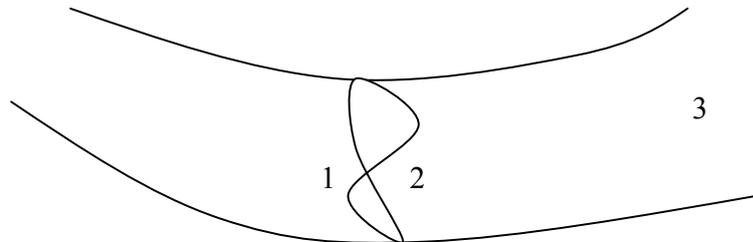
Les pertes internes ΔH_i sont dues aux frottements du fluide sur des aubes et aux changements de direction de vitesse de la turbine. Si elles se mesurent expérimentalement sans difficultés, leur expression analytique est plus difficile à déterminer.

3°) **Volute** : Collecte tous les filets sortant de la périphérie du diffuseur ou de la roue, suivant le cas, et de les ramener à une bride de sortie unique S qui constitue le raccordement de la tuyauterie de refoulement.

4°) Le diffuseur

Le diffuseur d'une turbine représente un élément important de celle-ci dans la mesure ou celui-ci peut permettre de récupérer une partie de l'énergie du fluide. Le diffuseur est constitué d'une **conduite évasée** conduisant l'eau de la sortie de la roue vers le canal de fuite ou vers le niveau aval. **Le but est d'obtenir à la sortie de la roue une pression p_2 inférieure à la**

pression atmosphérique p_a . Considérons le bilan énergétique successivement avant la roue (1), après la roue (2) et à la sortie du diffuseur (3)



H_1 : charge du fluide avant la roue

H_2 : Charge du fluide après la roue

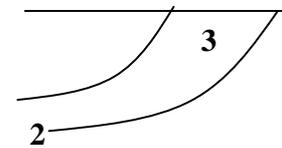
$$H_1 - H_2 \approx P_i$$

Pour H_1 donné la puissance recueillie sur l'arbre est d'autant plus grande que si H_2 est faible :

Or $H_2 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$, si on n'utilise pas de diffuseur $H_2 = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$. Pour avoir H_2 le

plus faible possible, il faut **$P_2 \ll P_a$, ce qui nécessite un diffuseur :**

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + (z_3 = 0) + \Delta H_d$$



D'où :

$$\frac{P_a - P_2}{\rho g} = z_2 - \Delta H_d + \frac{V_2^2 - V_3^2}{2g}$$

On a intérêt à avoir $P_2 \ll P_a$. La pression P_2 peut être notablement abaissée, en tenant compte toutefois des risques de cavitation. Par ailleurs, on définit le rendement du diffuseur par rapport aux pertes ΔH_d par :

$$\eta_d = \frac{P_a - P_2}{(P_a - P_2)_{\Delta H_d=0}} = \frac{V_2^2 - V_3^2 + 2g(z_2 - \Delta H_d)}{V_2^2 - V_3^2 + 2g z_2}$$

Qualité du diffuseur : V_3 doit être faible, ΔH_d aussi. Donc un bon diffuseur doit présenter un élargissement important et un minimum de perte de charge. L'élargissement doit être assez grand ($S_3 \gg S_2$) et sa longueur relativement faible (le prix du génie civil doit être réduit au minimum).

Importation du diffuseur dans une installation : L'accroissement de puissance pour la turbine, dû au diffuseur est donc donné par $(P_2 - P_a)$ que l'on compare souvent à la charge H_1 à l'entrée de

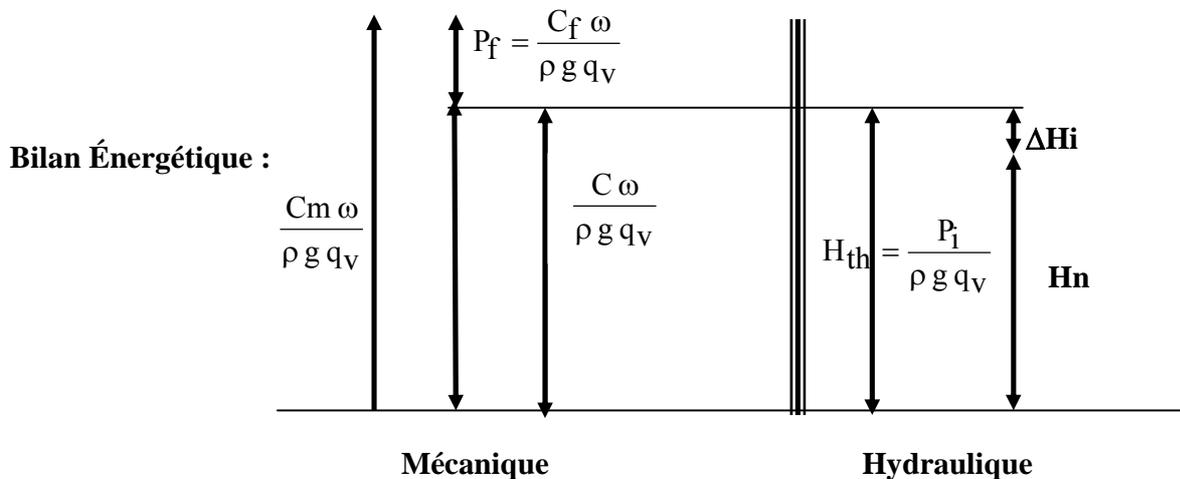
la roue: $K = \frac{P_a - P_2}{\rho g H_1}$. $K \sim \{10\% \text{ pour turbine Francis lente et } 60\% \text{ pour turbine Kaplan rapide}\}$.

Cela signifie que certaines turbines Kaplan rapide 60% de l'énergie reste encore à récupérer à la sortie de la roue. On voit alors l'importance que prend le diffuseur dans les installations.

VI. LES TURBOPOMPES

1°) Bilan d'Énergie

Une turbopompe est le lieu d'un transfert d'énergie de la roue vers le fluide, qui accroît ainsi l'énergie dont il est porteur. Les deux grands types de pompes sont les pompes centrifuges et les pompes à hélices. La puissance absorbée est mécanique (qui est disponible sur l'arbre) et la puissance recueillie est hydraulique.



P_i et P_m sont ici des quantités positives.

- C_m est le couple moteur sur l'arbre ($C_m \omega$: puissance disponible sur l'arbre fournie par le moteur).

- C_f est le couple de frottements mécaniques (P_f : puissance perdue par frottements mécaniques).

- H_{th} : Hauteur théorique d'élévation

-La hauteur nette H_n est parfois appelée hauteur de refoulement ou hauteur manométrique de la pompe, ΔH_i correspond aux pertes hydrauliques internes (Chocs + frottements).

On utilise plusieurs rendements :

- Le rendement hydraulique $\eta = \frac{H_n}{H_{th}}$
- Le rendement mécanique $\eta_m = \frac{C}{C_m}$
- Le rendement total de la pompe $\eta_t = \frac{\rho g q_v H_n}{C_m \omega}$

Tient compte de tous les types de pertes : mécanique et hydraulique varie en général de 50 % (pour les pompes de quelques chevaux) à 90 % pour les pompes de grande puissances.

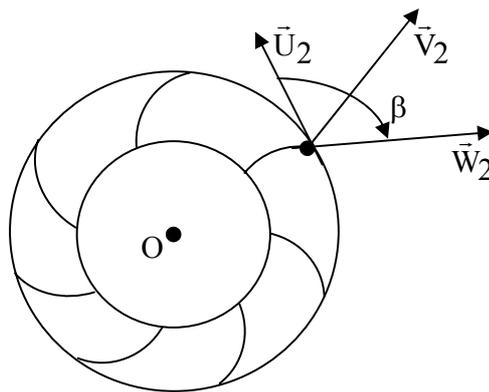
2°) Les pompes centrifuges

Ce sont des pompes à passage radial dans la roue (appelée impulseur), comportant généralement à l'entrée une ou plusieurs ouïes d'aspiration, à la sortie (refoulement) une volute et un diffuseur conique, qui permet de transformer l'énergie cinétique en énergie de pression sans trop de pertes.

Elles peuvent comporter plusieurs étages montés sur le même arbre, en série pour l'écoulement du fluide : ce sont les pompes multicellulaires. Pour les pompes à eau à forte vitesse n_s (en général à axe horizontal), la pesanteur peut conduire à une distorsion de la vitesse à l'entrée lorsque la pompe comporte un coude conique à l'aspiration. Pour éviter une baisse sensible du rendement, la forme du coude est alors à étudier avec finesse.

En premier approximation, la vitesse \vec{V}_1 à l'entrée est orthogonale à \vec{U}_1 , $\alpha_1 = 90^\circ$ et $\vec{U}_1 \cdot \vec{V}_1 = 0$.

De plus le triangle des vitesses à la sortie permet de montrer que :



$$\bullet H_{th} = \frac{\vec{U}_2 \cdot \vec{V}_2}{g} = \frac{U_2^2}{g} + \frac{\vec{U}_2 \cdot \vec{W}_2}{g} = \frac{U_2^2}{g} + \frac{U_2 \cdot W_2 \cos(\beta_2)}{g}$$

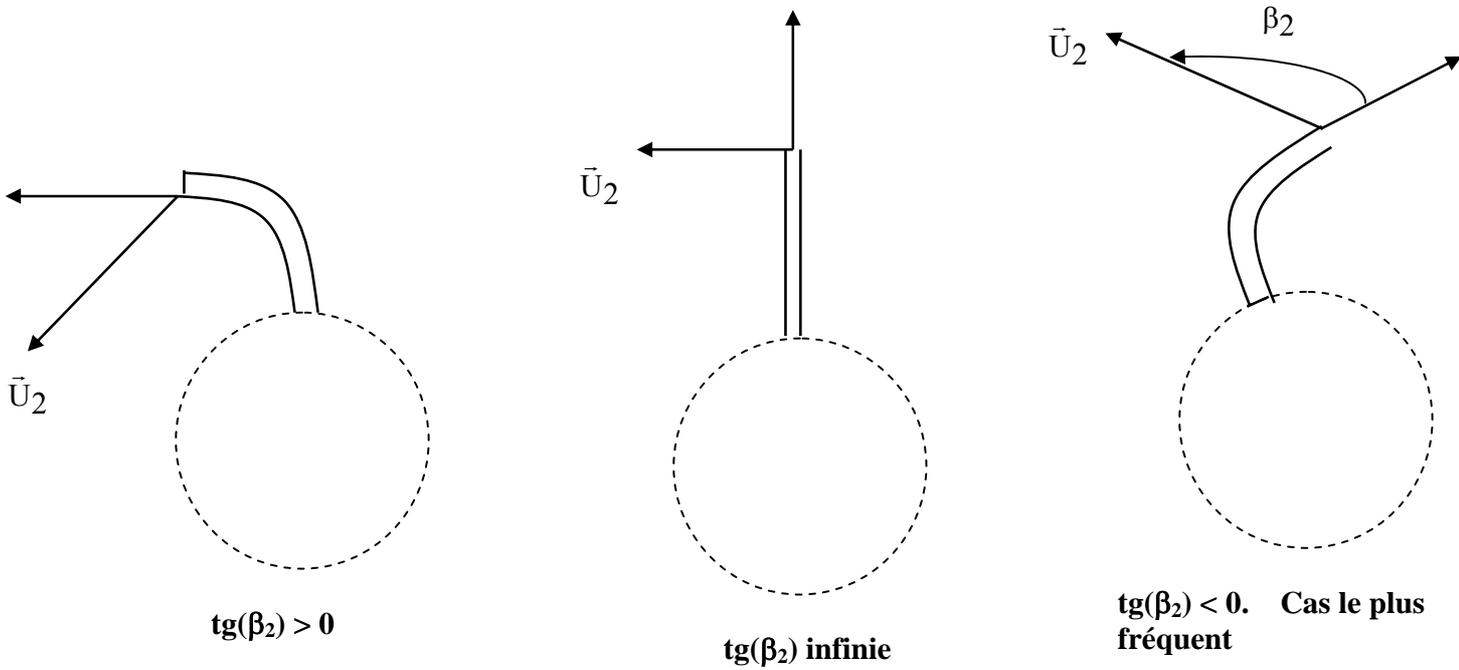
- $V_{2n} = W_2 \cos(\beta_2 - \frac{\pi}{2}) = W_2 \sin(\beta_2) = \frac{q_v}{S_2}$

- $H_{th} = \frac{U_2^2}{g} + \frac{q_v U_2}{g S_2 \operatorname{tg}(\beta_2)}$

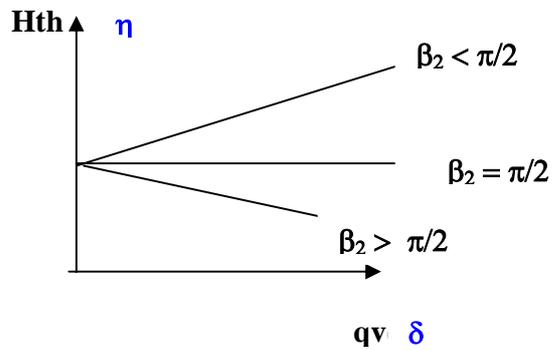
U_2 étant proportionnel à ω donc à N , on peut en conclure que H_{th} est de la forme :

$$H_{th} = A.N^2 + B \frac{q_v N}{\operatorname{tg}(\beta_2)}$$

Trois cas alors à considérer :



D'où la forme de H_{th} en fonction de q_v et η en fonction de δ .

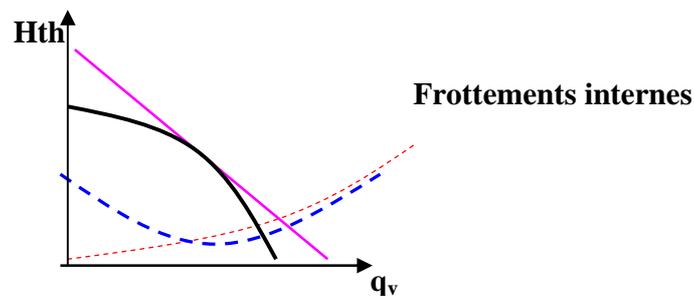


Pour obtenir la hauteur de refoulement (Hauteur nette), il faut retrancher de H_{th} les pertes hydrauliques internes ΔH_i qui sont de deux natures :

- Les pertes par frottements visqueux proportionnelles à q_v^2
- Les pertes par chocs sur la roue approximativement de la forme $(q_v - q_{va})^2$ ou q_{va} est le débit au point d'adaptation.

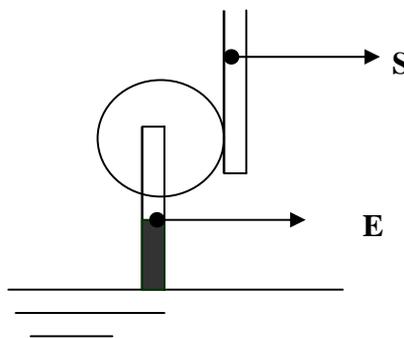
Les aubages sont en effet dessinés de telle sorte qu'en un point de fonctionnement prédéterminé (appelé point d'adaptation), les pertes par chocs sont pratiquement nulles.

A partir de ces considérations, on obtient ainsi la caractéristique de la pompe $H_n = H_{th} - \Delta H_i$ en fonction de q_{va} :



3°) Amorçage- Hauteur d'aspiration

Il est à remarquer que la caractéristique $H_n(q_v)$ d'une pompe ne dépend pas de la masse volumique du fluide traversant la pompe. Envisageons une pompe à eau initialement remplie d'air et dont l'entrée se situe à la cote h_a rapport à la surface libre :



Entre celle-ci et l'entrée :
$$\frac{P_E}{\rho g} + ha + \alpha \frac{V_E^2}{2g} + \Delta H_a = \frac{P_a}{\rho g}$$

ρ est la masse volumique de l'eau et ΔH_a la perte de charge dans la conduite. Par ailleurs entre

l'entrée et la sortie de la pompe : $\frac{P_S - P_E}{\rho' g} \approx H_n \cdot \rho'$ étant la Masse volumique de l'air.

- $$\frac{P_S - \rho' g H_n}{\rho g} + ha + \alpha \frac{V_E^2}{2g} + K \frac{V_E^2}{2g} = \frac{P_a}{\rho g}$$

K est le coefficient total des pertes de charge ΔH_a , on trouve la relation suivante :

- $$(\alpha + K) \frac{V_E^2}{2g} = \frac{P_a - P_S}{\rho g} + \frac{\rho'}{\rho} H_n - ha$$

Pour que la pompe s'amorce (V_E doit exister) : $ha < \frac{P_a - P_S}{\rho g} + \frac{\rho'}{\rho} H_n$

Pendant l'amorçage la pression de sortie P_S est juste un peu supérieur à P_a , et par ailleurs la caractéristique de la pompe fait apparaître une valeur maximum pour H_n , ainsi la condition

d'amorçage s'écrit : $ha < \frac{\rho'}{\rho} H_n < \frac{\rho'}{\rho} H_{n,max}$

Exemple : $H_{n,max} = 100$ m. Si la pompe est remplie d'air $\rho = 1.3$ kg/m³ et si on travaille avec de l'eau, la pompe ne s'amorce que si $ha < 13$ cm.

Conséquences

- Il faudra prévoir des dispositifs d'amorçage surtout dans le cas où la pompe est située au dessus du réservoir amont (remplissage manuel du corps de la pompe, prévoir un réservoir d'amorçage, prévoir une pompe auxiliaire)
- Dans le cas où la crépine d'aspiration n'est pas assez immergée, l'admission partielle d'air fait chuter la hauteur de refoulement et le rendement. Il ne faut pas confondre ceci avec le phénomène de la cavitation.