

# Turbomachines

## Description. Principes de base

par **Michel PLUVIOSE**

*Professeur honoraire du Conservatoire national des arts et métiers (CNAM)*

et **Christelle PÉRILHON**

*Maître de conférences*

*Chaire de turbomachines du CNAM*

<b>1. Description</b> .....	BM 4 280 - 3
1.1 Différentes familles de turbomachines .....	— 3
1.2 Principaux organes constitutifs, fonction .....	— 3
1.2.1 Machines monocellulaires .....	— 3
1.2.2 Machines multicellulaires .....	— 5
1.3 Caractères distinctifs des turbomachines .....	— 6
1.4 Représentation de l'écoulement .....	— 6
1.4.1 Composition vectorielle des vitesses .....	— 6
1.4.2 Composantes des vitesses d'écoulement .....	— 6
1.4.3 Trajectoires d'une particule dans les repères absolu et relatif .....	— 7
1.5 Écoulement unidimensionnel dans les turbomachines .....	— 7
1.6 Écoulement axisymétrique dans les machines à aubages longs .....	— 9
1.7 Écoulement tridimensionnel dans les turbomachines .....	— 9
<b>2. Principes de bases utilisés dans l'étude des turbomachines</b> .....	— 10
2.1 Principe de conservation de la masse .....	— 10
2.2 Principe fondamental de la mécanique .....	— 10
2.2.1 Équations intrinsèques du mouvement d'un fluide parfait .....	— 10
2.2.2 Équations intrinsèques du mouvement permanent d'un fluide réel .....	— 11
2.2.3 Théorème des quantités de mouvement .....	— 11
2.3 Premier principe de la thermodynamique .....	— 11
2.3.1 Cas général .....	— 11
2.3.2 Cas d'un écoulement permanent .....	— 12
2.4 Second principe de la thermodynamique .....	— 13
2.5 Théorème de l'énergie cinétique .....	— 13
2.6 Exploitation des expressions de base .....	— 13
2.6.1 Expression utilisée pour le tracé des diagrammes thermodynamiques .....	— 13
2.6.2 Expression du travail sur l'arbre .....	— 13
2.7 Conditions d'arrêt isentropiques .....	— 14
2.8 Exemple d'application .....	— 15
<b>Pour en savoir plus</b> .....	Doc. BM 4 284

**T**out processus énergétique consiste à organiser des transferts de travail et de chaleur et à les réaliser dans des appareils appropriés.

Dans les machines volumétriques, qui sont l'objet de différents articles de ce traité, cet échange d'énergie a lieu par déformations de capacités à l'intérieur desquelles le fluide est provisoirement prisonnier.

Les turbomachines — pompes, ventilateurs, compresseurs et turbines — qui manipulent des débits de fluide plus grands que les machines volumétriques, jouent dans ces conversions d'énergie un rôle important d'échangeur de travail entre le fluide et un organe mécanique dont la partie en mouvement est constituée d'un rotor muni d'ailettes.

*Le présent article a pour but de décrire le fonctionnement général des turbomachines et de dégager les principes qui permettront d'analyser les mécanismes de transfert d'énergie.*

*Le fonctionnement des turbomachines sera commenté à partir d'exemples – une pompe centrifuge et une turbine axiale – qui ouvriront la voie vers des développements ultérieurs.*

*Les principes de base de mécanique des fluides et de thermodynamique, qui auront à être utilisés dans la suite de l'exposé, seront rappelés.*

Cet article constitue la première partie d'une série consacrée aux turbomachines :

*Turbomachines – Description – Principes de base [BM 4 280] ;*

*Turbomachines – Mécanisme de la conversion d'énergie [BM 4 281] ;*

*Turbomachines – Thermodynamique [BM 4 282] ;*

*Turbomachines – Bilan énergétique et applications [BM 4 283] ;*

*Turbomachines – Pour en savoir plus [Doc. BM 4 284].*

Notations et symboles	
Symbole	Définition
$E$	énergie totale du système
$E_{cin}$	énergie cinétique
$E_{pot}$	énergie potentielle
$Ma$	nombre de Mach
$Q$	quantité de chaleur échangée avec l'extérieur
$R$	rayon de courbure
$S$	fonction entropie
$S$	section dans l'équation de continuité
$T$	température statique
$T_i$	température d'arrêt
$U$	énergie interne
$W$	travail échangé avec l'extérieur
$W_i$	travail interne
$h$	enthalpie statique (massique)
$h_i$	enthalpie d'arrêt (massique)
$n$	nombre d'aubages ou de canaux
$n_f$	nombre de pales du stator
$n_r$	nombre de pales du rotor
$p$	pression statique
$p_i$	pression d'arrêt
$q_m$	débit masse

Notations et symboles	
Symbole	Définition
$q_v$	débit volume
$q_{mi}$	débit masse interne
$q_{ms}$	débit masse utile
$r$	rayon
$\vec{u}$	vitesse d'entraînement
$\vec{v}$	vitesse absolue
$v_m$	vitesse absolue débitante moyenne
$v_u$	vitesse absolue tangentielle moyenne
$\vec{w}$	vitesse relative
$w_m$	vitesse relative débitante moyenne
$w_u$	vitesse relative tangentielle moyenne
$u$	énergie interne massique
$\alpha$	angle du flux sur un aubage fixe
$\beta$	angle du flux sur un aubage mobile
$\delta$	épaisseur de la couche limite
$\Delta f$	dissipation d'énergie par frottement
$\omega$	vitesse angulaire constante de rotation
$\rho$	masse volumique
$\tau$	travail effectué par les canaux mobiles
$\tau_a$	énergie massique théorique ou travail sur l'arbre
$\tau_{ft}$	travail sur les faces terminales
$v$	volume massique

# 1. Description

## 1.1 Différentes familles de turbomachines

Une *turbomachine* est un ensemble mécanique dont le rôle est d'assurer un échange d'énergie entre un fluide en écoulement et un rotor animé d'un mouvement de rotation généralement uniforme autour de son axe.

On supposera, dans la suite de cet article, que l'écoulement est permanent.

Selon le sens de l'échange d'énergie, la *turbomachine* est dite :

- **génératrice** lorsqu'elle communique de l'énergie au fluide ;
- **réceptrice** lorsqu'elle en reçoit de celui-ci.

Puisqu'elle consomme ou recueille de l'énergie mécanique sur son arbre, elle doit être nécessairement accouplée à une autre machine jouant un rôle de :

- moteur dans le cas des turbomachines génératrices (moteur électrique, moteur Diesel, turbomachine réceptrice) ;
- machine entraînée dans le cas des turbomachines réceptrices (dynamo, alternateur, turbomachine génératrice).

Comme d'une manière générale un apport d'énergie au fluide s'accompagne d'une augmentation de sa pression et qu'inversement un emprunt d'énergie est associé à une diminution de pression, on parle indistinctement de **turbomachine génératrice ou de compression** et de **turbomachine réceptrice ou de détente**.

Parmi les différentes familles de turbomachines, les **hélices marines et aériennes**, ainsi que les **éoliennes**, tiennent une place particulière du fait qu'elles empruntent et rejettent le fluide dans un même milieu illimité.

Les turbomachines de **détente** portent le nom de **turbines**, alors que celles de **compression** se subdivisent en :

- **pompes**, dans lesquelles le fluide en mouvement est liquide, et donc incompressible ;
- **ventilateurs**, dans lesquels le fluide gazeux se comporte de manière incompressible c'est-à-dire que sa variation de volume massique au cours de la traversée de la machine est négligeable ;
- les  **compresseurs** et  **soufflantes** dans lesquelles la compressibilité du fluide gazeux intervient.

Ces turbomachines sont largement utilisées pour réaliser des cycles thermodynamiques ; c'est le cas des compresseurs axiaux et des turbines axiales accouplés dans les réacteurs aéronautiques ou les turbines à gaz industrielles (qui portent un nom ambigu, puisqu'elles comprennent au sens strict des termes, un compresseur et une turbine). C'est le cas également des centrales thermiques qui comportent une pompe à eau et une turbine à vapeur.

## 1.2 Principaux organes constitutifs, fonction

### 1.2.1 Machines monocellulaires

Afin de donner un aperçu concret, on va sommairement décrire deux turbomachines parmi les plus classiques :

- une pompe centrifuge, en tant qu'exemple de machine de compression à fluide incompressible ;
- une turbine servant d'illustration aux machines de détente à fluide compressible.

#### 1.2.1.1 Description d'une pompe centrifuge

Cette pompe est représentée sur la figure 1. La turbomachine est définie entre les brides d'entrée  $B_1$  et de sortie  $B_2$ .

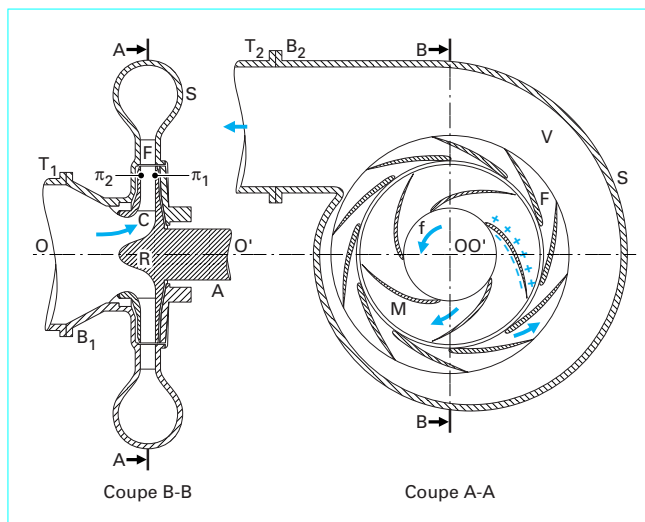


Figure 1 - Pompe centrifuge : coupes

■ La machine se raccorde à deux tuyauteries cylindriques :

- la **conduite d'aspiration**  $T_1$ , qui sert à amener le fluide à l'entrée de la pompe (bride  $B_1$ ) ;
- la **conduite de refoulement**  $T_2$ , fixée à la pompe par la bride  $B_2$ .

■ La partie active de la machine est constituée par la **roue** ou **rotor**  $R$  qui porte les **aubages mobiles**  $M$  appelés encore **aubes**, **pales** ou **ailettes** et tourne à vitesse angulaire que l'on supposera constante autour de l'axe  $OO'$ . Lorsque l'on observe la roue à l'arrêt, ces aubages, tous identiques en forme, se déduisent l'un de l'autre par une rotation autour de  $OO'$  égale à  $2\pi/n_r$ ,  $n_r$  désignant le nombre total de pales ; ainsi, la couronne des aubages mobiles présente par rapport à l'axe de rotation une symétrie d'ordre  $n_r$ . L'espace compris entre deux aubages mobiles constitue un **canal mobile**.

À partir de la bride  $B_1$ , dont la forme est circulaire et qui dans l'exemple choisi admet  $OO'$  pour axe, le fluide est aspiré par l'intermédiaire d'un conduit d'entrée, généralement convergent, de façon à assurer une répartition homogène des vitesses à l'entrée  $C$  des canaux mobiles que l'on appelle l'*ouïe* de la pompe.

Du fait du mouvement d'entraînement à vitesse angulaire constante imposé par l'arbre de commande dans le sens indiqué par la flèche  $f$  (cf. figure 1), les pales exercent des efforts de pression sur le fluide, qui se traduisent par l'existence d'une surpression le long de leur *extrados* (face menante) et d'une dépression sur leur *intrados* (face menée). Le travail de ces forces exige un apport permanent d'énergie mécanique par l'arbre  $A$  qui doit être mû par un moteur. Ici réside donc le principe essentiel de fonctionnement d'une turbomachine génératrice ; il y a transfert d'énergie entre l'arbre et le fluide. L'énergie mécanique fournie par l'arbre au fluide pendant la traversée des canaux mobiles se manifeste par un accroissement, d'une part, de la pression du fluide et, d'autre part, de son énergie cinétique. À l'intérieur d'un canal mobile, l'écoulement peut être considéré comme permanent, en première approche, par rapport à un repère mobile solidaire du rotor  $R$ .

Dans le cas considéré, la machine est qualifiée de centrifuge car, à la traversée du rotor, le fluide s'écarte de l'axe de rotation  $OO'$ , chaque particule s'écoulant sensiblement dans un plan perpendiculaire à cet axe.

■ Le **stator**  $S$  de la pompe, encore appelé **corps** ou **enveloppe**, porte une couronne d'**aubages fixes**  $F$ , en nombre égal à  $n_f$  ce qui lui confère une symétrie d'ordre  $n_f$ , par rapport à l'axe  $OO'$ .

L'espace compris entre deux aubages fixes constitue un **canal fixe** ; les différents canaux fixes sont alimentés de manière identique par le rotor et se trouvent parcourus par un écoulement qui peut être considéré comme permanent par rapport à un repère absolu, tout au moins en négligeant certains effets instationnaires qui seront vus ultérieurement (cf. § 1.5).

En ralentissant le fluide, la couronne d'aubages fixes, qui porte également le nom de **diffuseur**, provoque une augmentation de pression par conversion d'une partie de l'énergie cinétique.

Dans les aubages fixes, l'écoulement est également centrifuge.

■ D'une manière générale, l'espace occupé par les couronnes d'aubages mobiles et fixes est limité par deux surfaces de révolution de méridiennes respectives  $\pi_1$  et  $\pi_2$  sur la coupe BB de la figure 1. Dans une machine strictement centrifuge, comme dans le cas de la machine décrite ici, ces deux surfaces sont des plans perpendiculaires à  $OO'$ , et les méridiennes  $\pi_1$  et  $\pi_2$  sont des droites également perpendiculaires à  $OO'$ . Par extension, on continue toutefois à qualifier de centrifuges des turbomachines où  $\pi_1$  et  $\pi_2$  sont

des courbes dont la tangente en chaque point fait avec  $OO'$  un angle assez peu différent de  $90^\circ$ .

■ À la sortie du diffuseur, le fluide doit être collecté et conduit vers la tuyauterie  $T_2$ . Cette dernière fonction est assurée par une capacité  $V$  qui s'enroule autour du diffuseur et qui doit à sa forme géométrique le nom de **volute** ; dans une certaine mesure, cet espace est utilisé pour une transformation complémentaire de l'énergie cinétique en énergie piézométrique (c'est-à-dire la somme de l'énergie de pression statique et de l'énergie de pesanteur, cf. [BM 4 281]).

**1.2.1.2 Description d'une turbine**

Cette machine est représentée, sur la figure 2, dans deux versions industrielles :

- la figure 2a représente la coupe d'une turbine à gaz industrielle. L'alimentation et l'échappement sont sensiblement axiaux ;
- sur la figure 2b est représentée la coupe d'une turbine à vapeur dont l'alimentation et le refoulement s'effectuent par l'intermédiaire de pièces toriques.

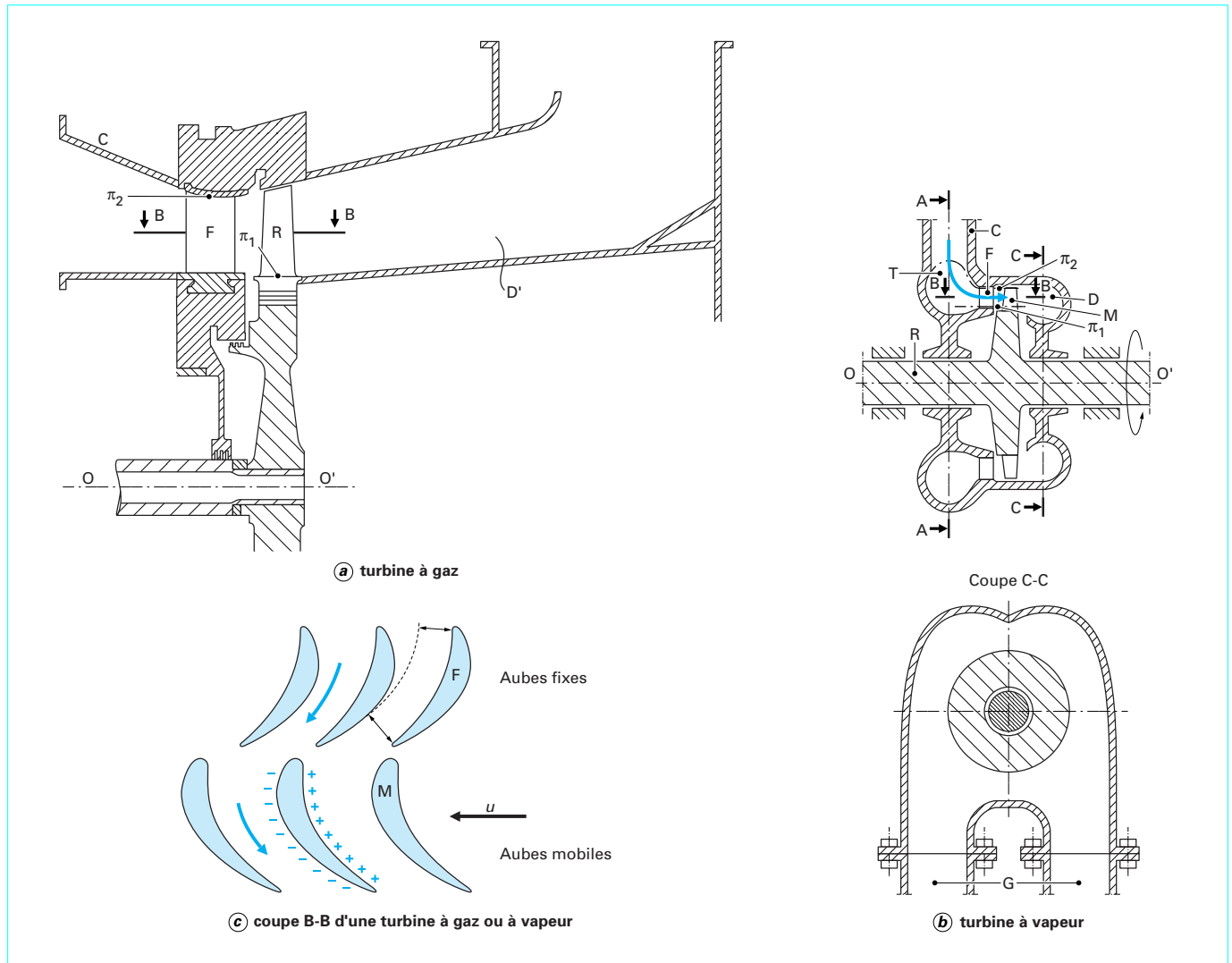


Figure 2 - Turbines monocellulaires

Le fluide entre dans la turbine :

- par une conduite C dans le cas des turbines à gaz ou des réacteurs aéronautiques (figure 2a) ;
- par une conduite qui débouche dans une capacité T (figure 2b) présentant souvent une symétrie de révolution autour de  $OO'$  et qui, de ce fait, porte le nom de tore d'admission ; cette partie existe dans toute machine qui n'est pas alimentée axialement.

Le rôle du tore ou de la conduite d'admission est d'alimenter une couronne d'aubages fixes F, qui possède par rapport à  $OO'$  une symétrie d'ordre  $n_f$ . Pour mieux faire apparaître la forme des aubages fixes, encore appelés distributeurs, parce qu'ils amènent le fluide au rotor en orientant sa vitesse, on a coupé la machine par un cylindre de révolution admettant  $OO'$  pour axe (coupe BB).

Aussi bien dans le tore que dans la couronne d'aubages fixes, l'écoulement est supposé permanent. En outre, le tracé des canaux fixes, délimités par les distributeurs successifs F, est tel que le fluide subit un accroissement de vitesse, c'est-à-dire qu'il y a conversion d'une partie de son énergie piézométrique en énergie cinétique. Comme il s'agit d'un écoulement de détente, on utilise également pour désigner les distributeurs le terme de tuyères.

Le rotor R, appelé également roue, porte une couronne d'aubages mobiles ou ailettes M qui présentent une symétrie d'ordre  $n_r$  par rapport à  $OO'$  ; deux ailettes consécutives délimitent un canal mobile où, sous la réserve d'effets instantanés déjà signalés (cf. § 1.5), l'écoulement est considéré comme permanent par rapport à un repère solide du rotor. La forme des aubages mobiles apparaît en coupe BB. La turbine décrite ici entre dans la catégorie des machines axiales, caractérisées par le fait qu'à la traversée des aubages fixes et mobiles la distance de chaque particule à l'axe  $OO'$  varie peu.

Dans une turbomachine rigoureusement axiale, les méridiennes  $\pi_1$  et  $\pi_2$  des surfaces de révolution qui limitent les couronnes d'aubages fixes et mobiles seraient des droites parallèles à l'axe de rotation  $OO'$ . Plus généralement, la famille des machines axiales comprend toutes celles pour lesquelles la tangente en chaque point de  $\pi_1$  et  $\pi_2$  fait avec  $OO'$  un angle modéré.

Le fluide, quittant les distributeurs, exerce sur chaque aube mobile un effort qui correspond à l'existence d'une suppression sur l'intrados et d'une dépression sur l'extrados. S'il n'y a pas de détente entre l'entrée et la sortie des canaux mobiles, les efforts aérodynamiques ainsi appliqués aux ailettes résultent seulement du changement de direction que le fluide subit au contact des ailettes et la turbine est dite à action ; dans le cas contraire, où une détente complémentaire vient augmenter la vitesse du fluide à la sortie des aubages mobiles, elle est dite à réaction. La coupe BB représente une turbine à réaction. Dans les deux circonstances, le fait essentiel est que, entraînant le rotor à vitesse angulaire supposée constante, ces efforts aérodynamiques produisent un travail moteur. De l'énergie a été soutirée au fluide et transformée en énergie mécanique recueillie sur l'arbre.

À la sortie du rotor, le fluide est collecté par une capacité D ou D' selon le mode de conception, appelée fond d'échappement, d'où partent les conduites G qui assurent l'évacuation du fluide (figure 2, coupe CC).

### 1.2.1.3 Fonctions des organes constituant une cellule

Les machines qui viennent d'être décrites comportent deux couronnes d'aubages : l'une fixe, l'autre mobile, et des capacités qui assurent l'alimentation en fluide et l'échappement de celui-ci. Cet ensemble d'organes constitue un étage ou une cellule de turbomachine ; chacun de ces organes remplit toujours la même fonction :

- la couronne d'aubages mobiles, qui est portée par une roue animée d'un mouvement de rotation à vitesse angulaire constante, opère un échange d'énergie mécanique entre le fluide et l'arbre. L'écoulement relatif à l'espace tournant y est globalement permanent ;

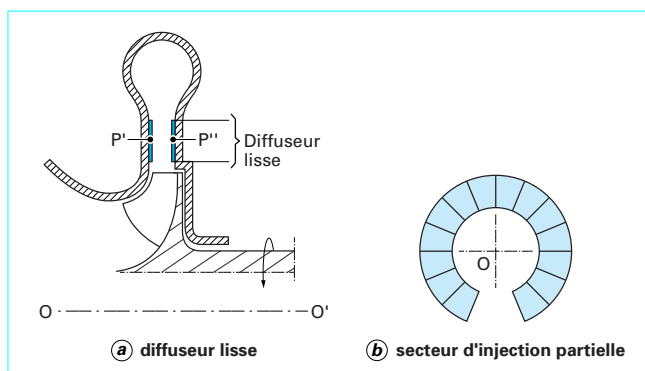


Figure 3 – Particularités de certaines cellules de turbomachine

- la couronne d'aubages fixes, qui est située en aval de la roue dans une machine génératrice et en amont dans une machine réceptrice, est le siège d'une transformation entre les deux formes piézométrique et cinétique de l'énergie du fluide. L'écoulement y est globalement permanent par rapport à un repère fixe ;
- les capacités d'entrée et de sortie participent à un degré plus ou moins grand à la conversion des énergies cinétique et piézométrique. Là encore, l'écoulement est globalement permanent.

Les couronnes d'aubages, qu'elles soient fixes ou mobiles, sont fréquemment appelées grilles d'aubes.

Par rapport à la description de principe qui vient d'être faite, il existe quelques exceptions importantes :

- les hélices marines et aériennes, ainsi que la plupart des éoliennes, ne comportent pas d'aubages fixes ;
- dans certaines pompes et compresseurs, le diffuseur ne revêt pas la forme d'une couronne d'aubages fixes, mais simplement d'un espace dépourvu d'ailettes et délimité par deux parois  $P'$  et  $P''$  de révolution autour de l'axe  $OO'$  (figure 3a). Le rôle de ce domaine, appelé diffuseur lisse, reste néanmoins le même, la vitesse du fluide s'y ralentit et sa pression augmente ; mais dans des proportions différentes ;
- les capacités d'entrée et de sortie peuvent dans certains cas contenir des aubages qui sont rigoureusement fixes lorsqu'il s'agit de réduire les pertes de l'écoulement par un meilleur guidage, mais qui deviennent orientables lorsque l'on veut disposer d'un moyen d'action sur la forme des courbes caractéristiques de la machine ;
- lorsque le débit de fluide alimentant une turbine est faible, il s'avère favorable, pour le rendement, d'augmenter localement la hauteur des canaux en renonçant à la constitution d'une couronne complète.

On se trouve alors dans la situation dite d'injection partielle où le fluide est amené au rotor, soit sous la forme d'un ou de quelques jets (cas des turbines hydrauliques Pelton), soit au moyen d'un secteur d'aubages fixes (cas des turbines à vapeur à injection partielle) (figure 3b).

### 1.2.2 Machines multicellulaires

La quantité d'énergie qu'une cellule unique est capable d'échanger se trouve limitée pour des raisons de rendement ou de résistance mécanique, qui apparaîtront dans l'étude particulière des divers appareils.

Lorsqu'il faut opérer sur un débit donné de fluide un transfert de travail supérieur à celui réalisable dans une seule cellule, on empile autour d'un même axe de rotation une succession de cellules élémentaires fonctionnant en série de manière à ajouter les énergies échangées dans chacune d'elles.

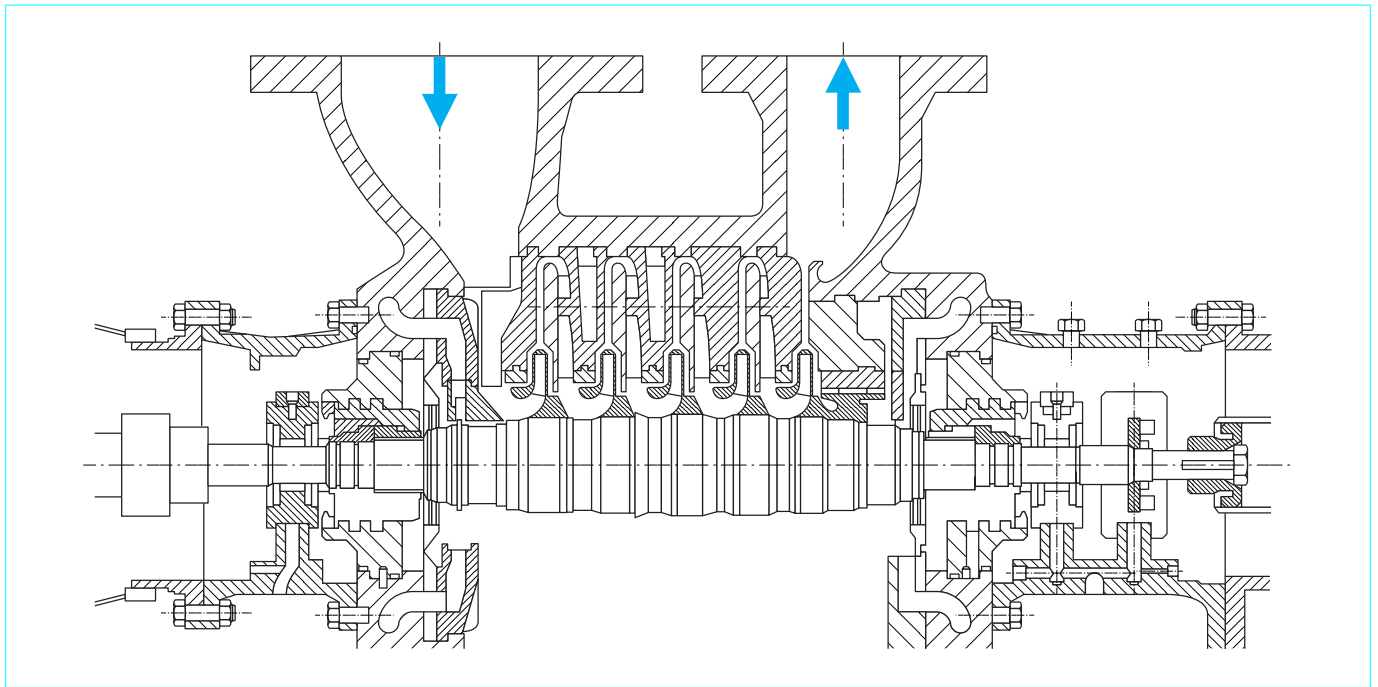


Figure 4 – Machine multicellulaire centrifuge de compression à 5 étages

On a ainsi constitué une **machine multicellulaire** dont un exemple est illustré par la figure 4, où l'on voit les couronnes d'aubages mobiles solidaires d'un même rotor et les couronnes d'aubages fixes portées par le stator. Chaque cellule porte aussi le nom d'étage.

### 1.3 Caractères distinctifs des turbomachines

Il est possible d'identifier et de classer les turbomachines à partir des caractères qui viennent d'être dégagés et de quelques autres :

- le **sens de l'échange d'énergie** : machines génératrices (ou de compression), réceptrices (ou de détente) ;
- l'**état du fluide** : liquide ou gazeux ;
- le comportement **compressible** ou **incompressible** de ce fluide ;
- le **nombre d'étages** : machines mono ou multicellulaires ;
- le **trajet du fluide par rapport à l'axe**, qui conduit à distinguer :
  - les machines axiales,
  - les machines centrifuges ou centripètes,
  - les machines hélicocentrifuges ou hélicocentripètes, moins nombreuses en pratique, mais qui correspondent au cas général où la veine de fluide est contenue entre deux surfaces de révolution quelconques ;
- la **nature de l'énergie échangée** par le fluide dans le rotor. Comme l'énergie échangée avec le fluide transite entièrement par le rotor, elle se distribue à la traversée des canaux mobiles, entre une variation d'énergie piézométrique et une autre d'énergie cinétique. On appelle **degré de réaction** le rapport exprimé en pour-cent de cette variation d'énergie piézométrique dans le rotor à l'énergie totale échangée dans l'étage. Lorsque le degré de réaction est nul et que les canaux mobiles ne sont donc le siège que d'une variation d'énergie cinétique, la cellule est dite **à action** ; dans le cas contraire, plus général, elle est dite **à réaction** ;
- le **degré d'injection** : injection totale ou partielle.

### 1.4 Représentation de l'écoulement

On a vu que l'écoulement dans une couronne d'aubages était, à des effets secondaires près, qualifié de permanent par rapport à un repère solide des aubes, que celles-ci soient fixes ou mobiles. Par conséquent, le champ d'écoulement se trouve défini par la connaissance du vecteur vitesse en chaque point du domaine, et, selon que celui-ci est fixe ou mobile, on considère la vitesse absolue  $\vec{v}$  ou la vitesse relative  $\vec{w}$ .

#### 1.4.1 Composition vectorielle des vitesses

Pour passer du domaine fixe au domaine mobile, ou inversement, on utilise la règle classique en mécanique de composition vectorielle des mouvements :

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{w} \quad (1)$$

avec  $\vec{u}$  vitesse d'entraînement ou vitesse circonférentielle créée, au point M considéré, par le mouvement de rotation autour de l'axe  $OO'$  ;

$$\|\vec{u}\| = \omega r$$

avec  $\omega$  vitesse angulaire constante de rotation,  
 $r$  distance du point considéré à l'axe  $OO'$ .

Pratiquée graphiquement la composition des vitesses donne lieu au tracé (figure 5a) d'un triangle de vitesses.

#### 1.4.2 Composantes des vitesses d'écoulement

On est conduit à décomposer les vitesses  $\vec{v}$  ou  $\vec{w}$  considérées en un point M de l'écoulement en deux composantes orthogonales (figure 5b) :



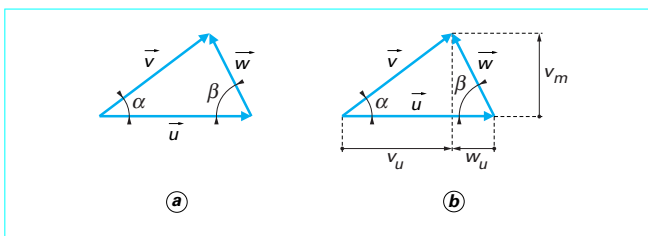


Figure 5 – Représentation graphique des composantes de vitesses d'écoulement

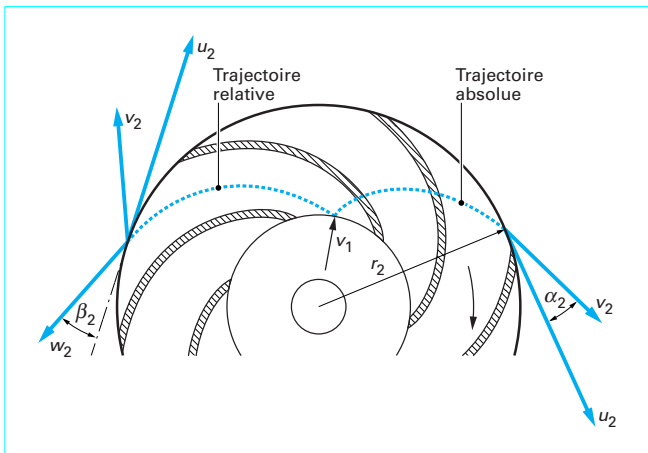


Figure 6 – Trajectoire d'une particule dans une pompe centrifuge

- une composante projetée sur  $u$ , dite **tangentielle**, désignée par  $v_u$  ou  $w_u$  et mesurée positivement dans le sens de la rotation ;
- une composante projetée dans le sens de l'écoulement dite **méridienne**, désignée par  $v_m$  ou  $w_m$  ; les vitesses méridiennes sont, en principe, toujours positives, sauf dans des régimes de fonctionnement perturbés.

### 1.4.3 Trajectoires d'une particule dans les repères absolu et relatif

Soit la roue de pompe centrifuge de la figure 6 alimentée radialement par une vitesse uniforme  $v_1$ .

#### 1.4.3.1 Trajectoire d'une particule dans le repère relatif

La figure 6 représente évidemment une position figée de la roue. Autrement dit, l'observateur est « fixé » sur la roue et dans ce repère relatif, il ne voit que la trajectoire relative de la particule.

Il observe en particulier, du fait de l'évolution croissante des sections, que le fluide ralentit depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la roue, ainsi la pression augmente.

Cette image de l'évolution de la vitesse relative, pourrait être obtenue également par une photographie instantanée réalisée par un observateur lié au repère absolu.

#### 1.4.3.2 Trajectoire d'une particule dans le repère absolu

Si le même observateur réalise maintenant une photographie avec un long temps de pose, il observera uniquement la trajectoire de la particule dans le domaine absolu. Il verra cette trajectoire s'incliner dès son entrée dans la roue.

À chaque rayon, la composition des vitesses :

- relative qui décroît depuis l'entrée de la roue jusqu'à la sortie ;
  - d'entraînement qui augmente avec le rayon depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la roue ;
- permet d'obtenir la trajectoire absolue de la figure 6.

L'organe fixe (diffuseur à aubes, diffuseur lisse ou bec de volute) disposé à l'aval recueillera la vitesse  $v_2$  orientée selon  $\alpha_2$ .

## 1.5 Écoulement unidimensionnel dans les turbomachines

Pour fixer les idées, on considère (figure 7) une couronne d'aubages mobiles de forme hélicoconcentrique, bien que le raisonnement soit parfaitement général.

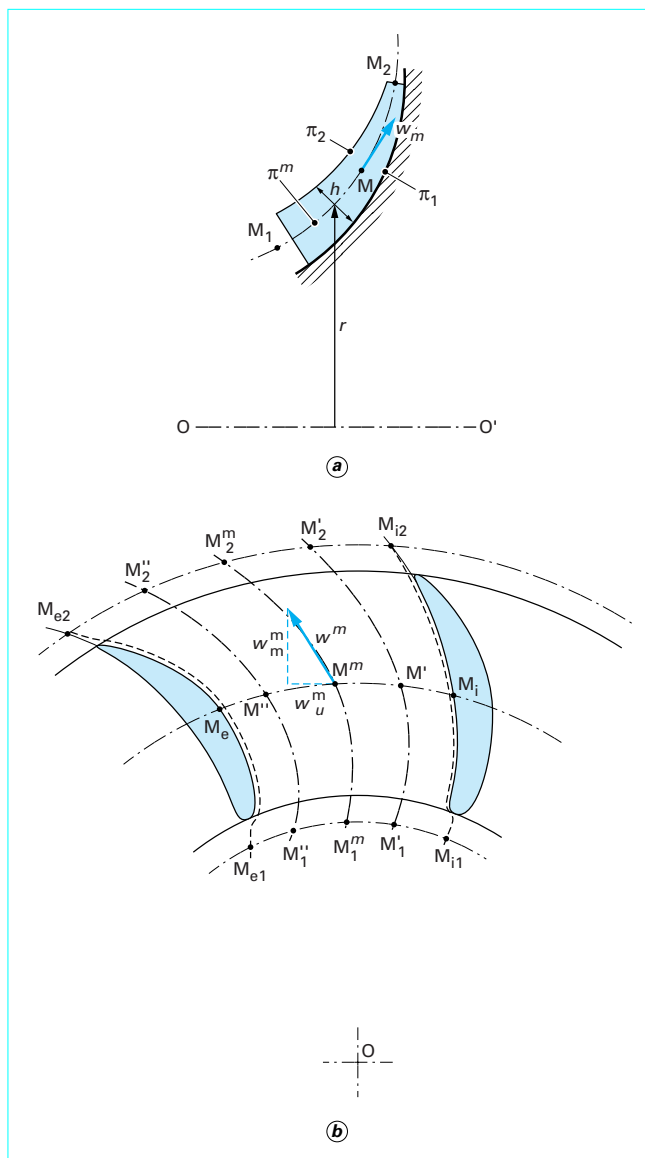


Figure 7 – Écoulement unidimensionnel dans une turbomachine

Les surfaces de révolution  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma^m$  admettent respectivement  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  et  $\pi^m$  comme courbes méridiennes, lesquelles apparaissent sur la figure **7a** qui représente une coupe de la couronne d'aubages par un plan méridien, donc passant par l'axe de rotation  $OO'$  du rotor.

Par écoulement unidimensionnel, on entend que la hauteur  $h$  de la couronne d'aubages mobiles est petite devant le rayon  $r$  au point où l'on mesure cette hauteur.

Comme conséquence de la faible hauteur des canaux, on peut admettre que, sur une normale à  $\pi^m$  du plan méridien, l'état du fluide est le même, ce qui signifie que ses caractéristiques physiques (pression, température, masse volumique) sont identiques et que le vecteur vitesse reste équipollent à lui-même. On suppose donc d'abord que le fluide est parfait, mais on reviendra rapidement, ci-après, sur cette hypothèse.

Ainsi, l'étude se ramène à celle de l'écoulement relatif sur la surface  $\Sigma^m$  dont le spectre de lignes de courant apparaît sur la figure **7b** en projection sur un plan perpendiculaire à  $OO'$ .

Admettons qu'à l'entrée des aubages mobiles l'écoulement absolu soit permanent et de révolution ; par composition des vitesses, ces deux propriétés se trouvent localement transférées à l'écoulement relatif. Par contre, en pénétrant dans les différents canaux, la symétrie de révolution dégénère en une simple symétrie d'ordre  $n$  autour de  $OO'$  ;  $n$  désignant le nombre d'aubages ou de canaux constituant la couronne.

Pour préciser ce qui se passe à l'intérieur d'un canal, considérons deux filets de l'écoulement relatif  $M'_1 M' M'_2$  et  $M''_1 M'' M''_2$  dont les points  $M'_1$  et  $M''_1$ ,  $M'$  et  $M''$ ,  $M'_2$  et  $M''_2$  se correspondent et admettent donc pour projections méridiennes communes  $M_1$ ,  $M$  et  $M_2$  situés sur  $\pi^m$ . Tous les filets que l'on peut ainsi isoler sont compris entre  $M_{i1} M_i M_{i2}$  qui suit l'intrados d'une aube, et le filet  $M_{e1} M_e M_{e2}$  qui suit l'extrados de l'aube voisine limitant le même canal.

La mécanique des fluides théorique et expérimentale enseigne que, d'aile à aile, tous les filets fluides ainsi tracés possèdent leur individualité, c'est-à-dire suivent des lois différentes d'évolution, tant pour l'état physique (pression, masse volumique) du fluide que pour son état cinématique (valeur absolue et orientation de la vitesse).

Pour se donner néanmoins une représentation simple du champ aérodynamique, on convient de le réduire à un écoulement unidimensionnel moyen le long d'un filet médian  $M^m_1 M^m M^m_2$  ; cet écoulement ne dépend donc que d'un seul paramètre qui sera l'abscisse curviligne mesurée sur le filet médian lui-même ou sur sa projection méridienne  $M_1 M M_2$ . Il n'est pas à ce stade nécessaire de préciser comment est établi l'état moyen du fluide au point courant  $M^m$ , mais cet aspect du problème revêt bien entendu une grande importance, particulièrement à l'entrée et à la sortie de chaque couronne d'aubages.

Finalement, le champ d'écoulement dans la couronne d'aubages peut être globalement décrit par la connaissance, en tout point courant  $M$  de la méridienne  $\pi^m$ , dite ligne de courant méridienne, des grandeurs suivantes :

– la vitesse moyenne  $w$ , s'il s'agit d'un domaine mobile, ou  $v$ , dans le cas d'un domaine fixe, l'une ou l'autre étant définie par les composantes :

- vitesse méridienne moyenne  $w_m$  (ou  $v_m$ ) tangente à  $\pi^m$  dans le plan méridien (cf. figure **7**),
- vitesse tangentielle moyenne  $w_u$  (ou  $v_u$ ) (cf. figure **7b**) ;

– les coordonnées physiques moyennes du fluide (pression, température, masse volumique).

Dans son application au calcul des turbomachines, la théorie unidimensionnelle ne nuit pas nécessairement à la précision de l'analyse car elle intègre dans son principe la complexité du phénomène réel ; sa qualité dépend, en fait, du soin apporté dans l'établissement des valeurs moyennes.

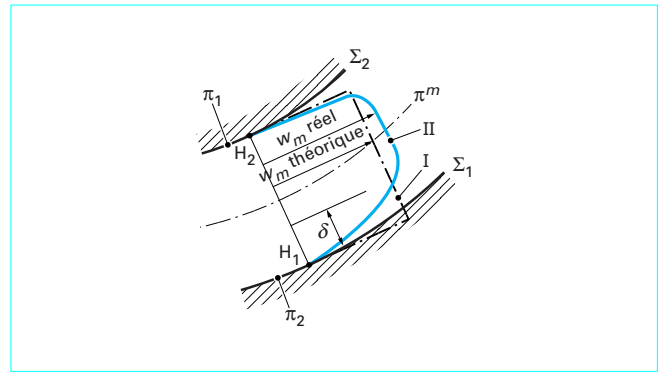


Figure 8 – Notion de couche limite d'un canal

■ Deux remarques importantes sont cependant nécessaires.

● **Prise en compte des effets visqueux**

L'hypothèse qui attribue au fluide un état identique sur tout élément de normale perpendiculaire à  $\pi^m$  dans le plan méridien pourrait être retenue sans autre discussion s'il s'agissait d'un fluide idéal dépourvu de viscosité.

Mais en supposant, par exemple, que le cas considéré soit celui d'une roue cloisonnée, c'est-à-dire que les deux surfaces  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  soient matérialisées par des parois solidaires des aubages mobiles, on sait que les effets de frottement provoquent un ralentissement du fluide au voisinage de ces parois et l'amènent jusqu'à une vitesse nulle à leur contact ; la zone d'épaisseur  $\delta$  intéressée par ce phénomène porte le nom de **couche limite** (figure **8**).

Ainsi, le profil des vitesses méridiennes locales prend sur une normale  $H_1 H_2$  à  $\pi^m$  l'allure II, au lieu de l'allure théorique I et les composantes tangentielles suivent une loi analogue. Le caractère visqueux du fluide peut même, en certains points, créer des distortions encore plus importantes du champ des vitesses mais, quelle qu'en soit la complexité, celles-ci pourront être prises en compte dans l'évaluation de la vitesse moyenne. En définitive, cette vitesse moyenne apparaît nécessairement comme une moyenne bidimensionnelle qui doit être calculée sur toute la section du canal, aussi bien d'aube à aube que sur la hauteur  $H_1 H_2$ .

● **Instationnarité de l'écoulement**

Alors que, dans une machine génératrice monocellulaire, l'écoulement par rapport aux aubages mobiles peut être considéré comme permanent, le champ correspondant des vitesses absolues ne possède pas cette propriété. En effet, ce dernier résulte de la composition du champ des vitesses relatives, qui est un champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  et présentant une symétrie d'ordre  $n$ , avec le champ des vitesses d'entraînement, qui est de révolution. Par conséquent, le champ des vitesses absolues est lui-même un champ tournant à la vitesse  $\omega$  et possédant dans l'espace mobile une symétrie d'ordre  $n$  ; il s'ensuit que la vitesse absolue en un point de l'espace fixe est une grandeur pulsatoire de fréquence  $n\omega/2\pi$ .

Cette constatation trouve toute sa portée à la sortie de la couronne d'aubages mobiles, puisque la couronne d'aubages fixes qui lui succède sur le trajet du fluide sera dans ces conditions alimentée par un champ de vitesses pulsatoire et non pas permanent. Il ne pourra donc pas s'établir d'écoulement rigoureusement permanent autour des aubages fixes.

D'une manière analogue, l'écoulement qui, dans une turbine monocellulaire, alimente la couronne d'aubages mobiles possède, du fait du nombre fini des canaux distributeurs fixes situés en amont, un caractère pulsatoire dans l'espace tournant et ne peut donc engendrer un écoulement rigoureusement permanent autour des ailettes mobiles.



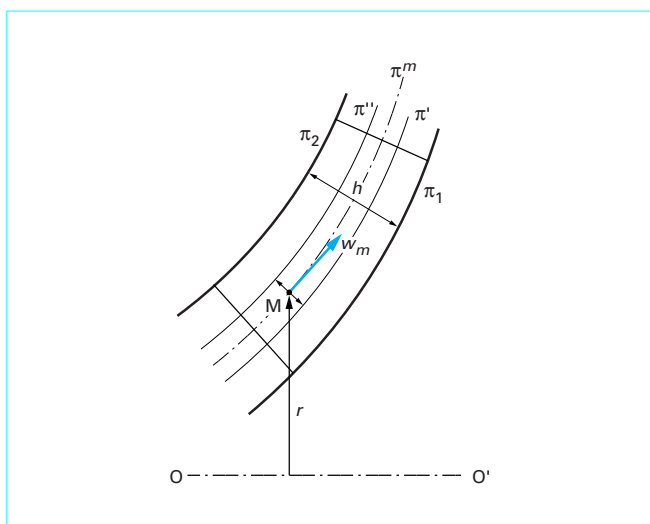


Figure 9 – Spectre d'écoulement méridien d'une machine à aubages longs

Ce phénomène porte le nom d'**interaction** entre grilles fixe et mobile et confère à l'écoulement un **caractère instationnaire mais périodique**.

On peut montrer, par ailleurs, qu'on ne peut échanger de l'énergie entre le fluide et l'arbre que si l'écoulement est instationnaire, et ceci rend très complexe l'analyse des transferts d'énergie [3] [4] [5] [6] [9] [15].

Par souci de simplification, il est cependant habituel de négliger ces interactions dans la théorie élémentaire des turbomachines. Par contre, ces interactions jouant un rôle considérable en tant que cause d'excitation vibratoire des aubages, elles devront alors être absolument prises en compte.

## 1.6 Écoulement axisymétrique dans les machines à aubages longs

On se trouve dans cette situation chaque fois que la hauteur  $h$  des aubages mesurée perpendiculairement aux surfaces moyennes d'écoulement, ne peut plus être considérée comme négligeable devant le rayon local  $r$  (figure 9).

Cette théorie repose sur une hypothèse arbitraire, consistant à admettre que toutes les particules qui, en projection méridienne, passent par un même point quelconque  $M$ , circulent à travers toute la turbomachine sur une surface de révolution qui leur est commune.

L'espace occupé par les aubages fixes ou mobiles et limité par les surfaces  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ , qui possèdent pour méridiennes  $\pi_1$  et  $\pi_2$ , est alors découpé à l'aide de surfaces de courant intermédiaire  $\Sigma'$ ,  $\Sigma''$ , ... que l'on assimile à des surfaces de révolution définies par leurs méridiennes  $\pi'$ ,  $\pi''$ , ... La distance  $d$  entre deux surfaces voisines, de méridiennes  $\pi'$  et  $\pi''$ , mesurée sur une normale à la méridienne  $\pi^m$ , équidistante de  $\pi'$  et  $\pi''$ , doit être en tout point petite devant le rayon  $r$  au point considéré.

Deux surfaces voisines de méridiennes  $\pi'$  et  $\pi''$  délimitent une **nappe d'écoulement** qui se prête alors au mode d'analyse unidimensionnel déjà établi précédemment. On aboutit finalement, en découpant ainsi le canal en un certain nombre de tranches, à une représentation tridimensionnelle approchée de l'écoulement réel.

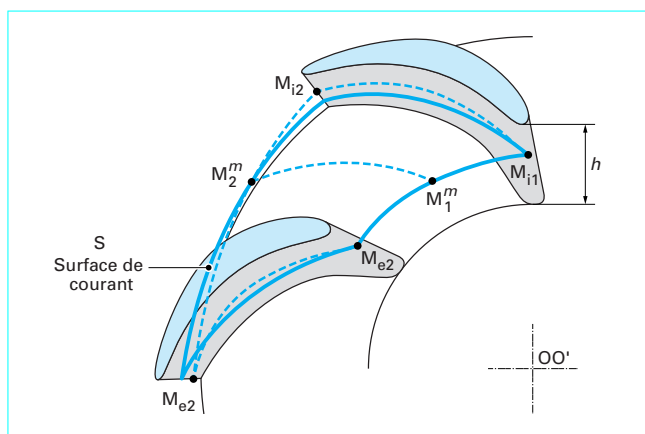


Figure 10 – Forme des surfaces d'écoulement

## 1.7 Écoulement tridimensionnel dans les turbomachines

Considérons le canal défini par deux aubes mobiles successives (figure 10). Supposons que l'écoulement amont soit uniforme, et considérons la nappe fluide qui entre dans ce canal par l'arc de cercle  $M_{e1} M_{i1}$ .

Dès que le fluide pénètre dans le canal, il s'établit entre l'intrados et l'extrados des deux aubes voisines un gradient de pression circumférentiel. Cette variation de pression entre intrados et extrados est nécessaire pour que s'établisse un transfert d'énergie entre les aubages et le fluide. Chaque filet fluide qui entre dans le canal par l'arc  $M_{e1} M_{i1}$  possède à l'intérieur du canal son individualité propre tant au point de vue physique (pression et température) qu'au point de vue cinématique (vitesse en grandeur et direction). Les filets fluides qui sont au milieu du canal sont moins bien guidés que ceux qui s'écoulent à proximité des parois et par suite moins déviés. À cette variation circumférentielle se superpose une variation radiale des caractéristiques du fluide imposée par l'équilibre des forces de pression et des forces d'inertie centrifuges. L'étude générale par les lois de la mécanique des fluides de l'écoulement en fluide parfait dans un canal de turbomachine montre que malgré la symétrie de révolution de la machine, les surfaces de courant s'écartent plus ou moins d'une forme de révolution. Il en résulte que si  $M_1^m M_2^m$  est le chemin parcouru par une particule entrant dans le canal en  $M_{i1}$  sur l'arc de cercle  $M_{e1} M_{i1}$ , la surface de courant  $S$  suivie par les particules entrant le long de  $M_{e1} M_{i1}$  diffère notablement de la surface de révolution  $M_{e1} M_{i1} M_{i2} M_{e2}$  engendrée par la ligne  $M_1^m M_2^m$ .

En négligeant l'instationnarité, les particules fluides se déplacent effectivement sur des surfaces d'écoulement  $S$  mais celles-ci s'écartent des surfaces de révolution hypothétiques précédemment considérées. La figure 10 illustre cette différence.

En outre, les masses de fluide freinées dans les couches limites, qui se développent au contact des aubages et sur les parois des canaux subissent le champ de pression de l'écoulement principal et, de ce fait, donnent naissance à des écoulements secondaires dont la structure complexe se répète dans chaque canal. Malgré leur nom, de tels effets jouent en fait un rôle considérable.

Les écoulements dans les aubages des turbomachines sont donc compliqués à analyser ; de nombreuses expériences sont conduites pour mieux les appréhender et d'autre part le développement des codes de calcul facilite la compréhension des phénomènes internes. Ce qui permet, en particulier de minimiser les pertes et donc d'améliorer les rendements internes des transferts énergétiques.

Dans une première étape, les efforts entrepris en calcul numérique pour la modélisation fine et rigoureuse de l'écoulement réel dans une turbomachine ont exclus l'instantanéité.

Néanmoins, les interactions entre grilles d'aubes fixes et mobiles font l'objet de développements actuels prometteurs.

## 2. Principes de bases utilisés dans l'étude des turbomachines

On rappelle brièvement ici les principes fondamentaux de mécanique, de mécanique des fluides et de thermodynamique nécessaires pour l'étude des machines transformatrices d'énergie véhiculant des fluides. Ces principes seront approfondis dans les articles, lors de leur utilisation spécifique. On s'attachera essentiellement à rappeler les notions utiles dans le cas des écoulements permanents, hypothèse dont on a discuté précédemment les limites dans son application aux turbomachines.

L'écoulement des fluides gazeux est gouverné par quatre principes de base :

- principe de conservation de la masse ;
- principe fondamental de la mécanique ;
- premier principe de la thermodynamique ;
- second principe de la thermodynamique.

Ces quatre principes de base et le théorème de l'énergie cinétique constituent les outils principaux permettant l'étude des turbomachines hydrauliques et thermiques.

### 2.1 Principe de conservation de la masse

Dans un écoulement unidimensionnel pour lequel la répartition des vitesses est uniforme dans chaque section, on montre que l'application du principe de conservation de la masse conduit à l'équation de continuité qui dans le cas particulier d'un écoulement permanent s'écrit :

$$\rho Sv = Cte = q_m \tag{2}$$

avec  $q_m$  débit masse (exprimé en kg/s).

Dans le cas d'un écoulement permanent de liquide ou de fluide pouvant être considéré comme incompressible, donc avec  $\rho = cte$ , il vient :

$$Sv = Cte = q_v$$

avec  $q_v$  débit volume (exprimé en m<sup>3</sup>/s).

### 2.2 Principe fondamental de la mécanique

Du principe fondamental de la mécanique, nous utiliserons essentiellement dans les turbomachines hydrauliques et thermiques :

- les équations de mouvement d'un fluide réel, déduites des équations des fluides parfaits ;
- le théorème des quantités de mouvement ;
- le théorème du moment des quantités de mouvement, qui est la relation fondamentale pour les turbomachines, et qui fera l'objet de développements spécifiques dans l'article [BM 4 281].

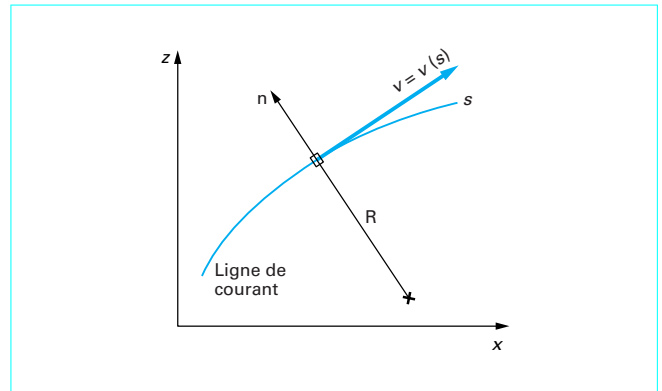


Figure 11 - Trajectoire d'une particule

#### 2.2.1 Équations intrinsèques du mouvement d'un fluide parfait

En suivant une particule de masse  $m$  sur une ligne de courant (figure 11) et en lui appliquant le principe fondamental de la mécanique, dans le cas d'un fluide parfait dénué de viscosité, l'expression du principe fondamental de la mécanique se réduit à :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{surface}} + \Sigma \vec{F}_{\text{volume}} = m \vec{\gamma}$$

- avec  $\vec{F}_{\text{surface}}$  force appliquée sur la surface,  
 $\vec{F}_{\text{volume}}$  force de volume,  
 $\vec{\gamma}$  accélération absolue.

Pour simplifier, on considère l'écoulement dans le plan  $z, x$ .

On écrit les équations de mouvement selon les axes  $s$  et  $n$  liés à la particule [3] [4] [5] [6] [15].

Selon  $n$ , on trouverait l'équation transversale de mouvement :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + g \frac{dz}{dn} = \frac{v^2}{R} \tag{3}$$

- avec  $R$  rayon de courbure,  
 $p$  pression,

que l'on pourra encore écrire, en l'absence de forces de volume (écoulement horizontal) ou en les négligeant :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial R} = \frac{v^2}{R} \tag{4}$$

L'équation longitudinale de mouvement s'écrit, le long d'une ligne de courant (selon  $s$ ) :

$$\frac{dp}{\rho} + v dv + g dz = 0 \tag{5}$$

En intégrant entre deux points 1 et 2 situés sur la ligne de courant, il vient pour un fluide incompressible :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0 \tag{6}$$

En intégrant entre deux points 1 et 2 situés sur la ligne de courant, il vient pour un fluide compressible :

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0 \tag{7}$$

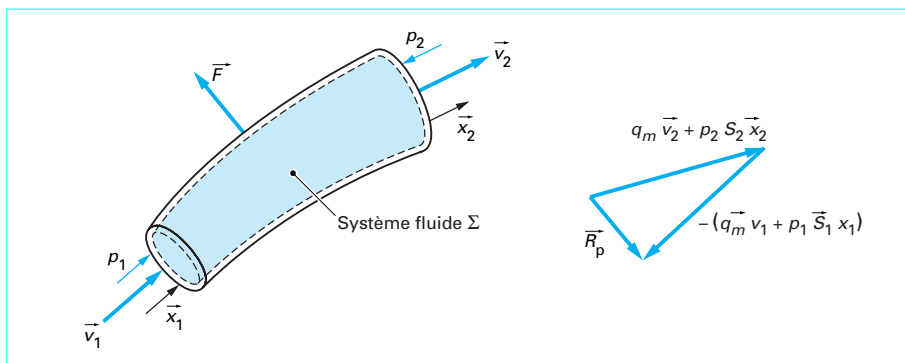


Figure 12 – Efforts dans un coude

Une difficulté introduite par la compressibilité du fluide apparaît puisqu'il faut connaître la loi :

$$p = f(\rho)$$

reliant la pression  $p$  et la masse volumique  $\rho$  pour intégrer l'équation longitudinale. Or, les études sur les gaz ont montré que la masse volumique est une fonction de la pression, mais aussi de la température  $T$  :

$$\rho = g(p, T)$$

Il y a donc lieu de faire intervenir, pour l'étude des fluides compressibles, les éléments liés à la température, comme les quantités de chaleur ; donc d'utiliser les deux principes de thermodynamique.

L'utilisation des fluides compressibles nécessite généralement l'emploi des quatre principes de base.

L'étude des fluides dits incompressibles ( $\rho = cte$ ) permettant l'intégration directe des équations de mouvement, n'a donc pas *a priori* à tenir compte des principes de thermodynamique. L'utilisation des liquides dans les installations ne fait donc appel qu'aux principes suivants :

- principe de conservation de la masse ;
- principe fondamental de la mécanique.

### 2.2.2 Équations intrinsèques du mouvement permanent d'un fluide réel

Pour trouver analytiquement ces relations, il faudrait reprendre la démonstration conduisant aux résultats précédemment annoncés en tenant compte maintenant des forces de viscosité dans le bilan ; forces qui n'interviennent que pour modifier l'équation longitudinale (la projection de ces forces de viscosité selon  $\vec{n}$  étant nulle).

On débouche alors sur les équations de Navier, puis sur les équations de Reynolds lorsque la turbulence se manifeste, ce qui est très généralement le cas dans les machines.

On fera appel à l'expérience, pour utiliser ces équations, comme dans la plupart des applications industrielles courantes. Les effets de la viscosité seront pris en compte au paragraphe 1 de l'article [BM 4 281].

### 2.2.3 Théorème des quantités de mouvement

Le théorème des quantités de mouvement s'écrit sous la forme générale :

$$q_m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \Sigma \vec{F}_{ext} \tag{8}$$

$$q_m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \vec{M} + \vec{R}$$

avec  $\vec{M}$  force extérieure de volume (pesanteur) appliquée au système fluide  $\Sigma$ ,  
 $\vec{R}$  forces extérieures de surface appliquées sur les parois latérales ( $\vec{R}_p$ ) et sur les bases du tube fluide  $\Sigma$ .

L'application à un conduit coudé horizontal fait l'objet de la figure 12.

Le théorème des quantités de mouvement devient (avec  $\vec{M} = 0$ ) :

$$q_m \vec{v}_2 - q_m \vec{v}_1 = \vec{R}$$

$\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$  étant les vecteurs unitaires,  $\vec{R}$  est la somme de :

- $\vec{R}_p$ , action des parois latérales sur le fluide ;
- $p_1 S_1 \vec{x}_1 - p_2 S_2 \vec{x}_2$ , action des forces extérieures sur les bases du tube fluide.

Il vient donc :

$$(q_m \vec{v}_2 + p_2 S_2 \vec{x}_2) - (q_m \vec{v}_1 + p_1 S_1 \vec{x}_1) = \vec{R}_p$$

Inversement, l'effort du fluide sur les parois du tube est donc :  $\vec{F} = -\vec{R}_p$ .

On peut remarquer qu'il n'y aurait pas d'effort transversal  $\vec{F}$  sur un conduit qui ne dévierait pas l'écoulement. Il est donc nécessaire de dévier l'écoulement pour créer des efforts transverses sur les aubes d'une turbomachine, donc pour engendrer des transferts d'énergie entre le fluide et l'arbre de commande.

## 2.3 Premier principe de la thermodynamique

### 2.3.1 Cas général

On sait en thermodynamique que, pour un système fermé évoluant entre deux états, l'énergie totale  $E$  du système est liée aux quantités de chaleur  $Q$  et de travail  $W$  échangées avec l'environnement par [3] [4] [5] [6] [14] :

$$\delta Q + \delta W = dE$$

- avec  $Q$  quantité de chaleur échangée avec l'extérieur,  
 $W$  travail échangé avec l'extérieur,  
 $E$  énergie totale du système, décomposée en trois composantes :  
 $E_{cin}$ , énergie cinétique,  
 $E_{pot}$ , énergie potentielle,  
 $U$ , énergie interne (regroupe toutes les autres formes d'énergie non comptabilisées précédemment).

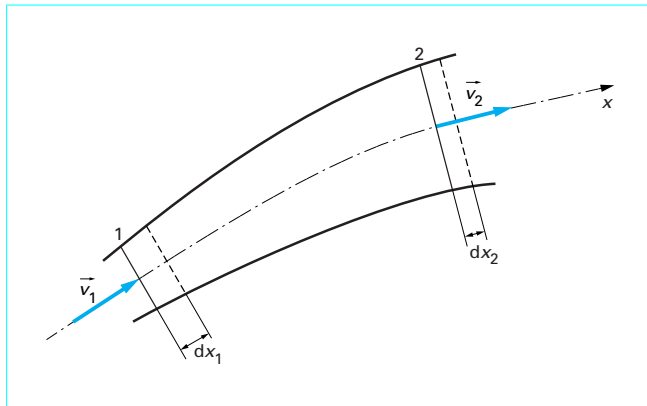


Figure 13 – Écoulement dans un canal fixe

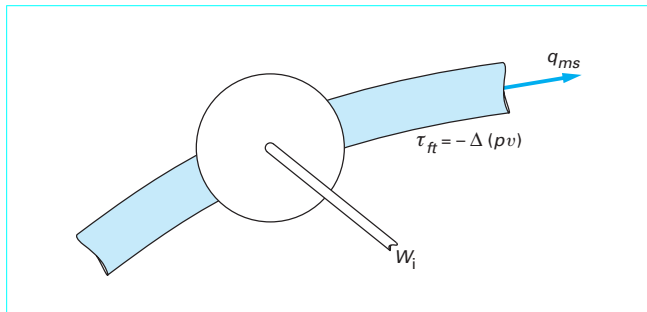


Figure 14 – Turbomachine et conduits associés

En négligeant l'énergie potentielle dans les machines à fluides gazeux, le premier principe de thermodynamique peut donc s'écrire :

$$Q + W = \Delta U + \frac{\Delta v^2}{2} \quad (9)$$

Cette expression très générale pourra être utilisée dans les machines volumétriques par exemple.

### 2.3.2 Cas d'un écoulement permanent

#### 2.3.2.1 Travail échangé par les faces terminales

Il est utile de déterminer le travail élémentaire échangé avec l'extérieur sur les faces terminales d'un tube de courant en écoulement permanent.

Soit un tube de courant dans lequel s'écoule un gaz en mouvement permanent (figure 13).

Pendant le temps  $dt$ , il est entré en 1 une masse  $dm_1$  et il est sorti en 2 une masse  $dm_2$ . Ces deux masses (entrante et sortante) par les sections  $S_1$  et  $S_2$  sont égales en écoulement permanent :

$$dm = dm_1 = dm_2$$

$$dm = \rho_1 S_1 dx_1 = \rho_2 S_2 dx_2 \quad (10)$$

En choisissant un axe  $x$  de référence dans le sens de l'écoulement, le travail échangé sur les faces terminales est égal à :

$$\rho_1 S_1 dx_1 - \rho_2 S_2 dx_2$$

mais d'après (10) :

$$S_1 dx_1 = dm / \rho_1$$

et

$$S_2 dx_2 = dm / \rho_2$$

Donc le travail échangé sur les faces terminales est :

$$W_{ft} = dm (\rho_1 / \rho_1 - \rho_2 / \rho_2)$$

Le travail échangé sur les faces terminales, par unité de masse,  $\tau_{ft}$  est alors :

$$\tau_{ft} = \rho_1 v_1 - \rho_2 v_2 = -\Delta_1^2 (\rho v) \quad (11)$$

avec  $v$  volume massique

et le travail élémentaire échangé sur les faces terminales par unité de masse s'écrit :  $-d(\rho v)$ .

Rappelons que ce résultat est obtenu avec l'hypothèse de la stationnarité de l'écoulement, et il ne pourra donc être utilisé que dans ces conditions simplifiées.

#### 2.3.2.2 Expression du premier principe pour une évolution permanente

Considérons schématiquement une turbomachine parcourue par un débit masse de fluide  $q_{mi}$ . Elle reçoit ou produit, par l'intermédiaire de la roue en contact avec le fluide, un travail interne  $W_i$  sur l'arbre de transmission. Le débit interne  $q_{mi}$  sera, par l'effet des fuites, différent du débit utile  $q_{ms}$  recueilli à la bride d'échappement.

Représentons sur la figure 14 cette turbomachine et ses conduits de fluide associés.

Ayant négligé l'énergie potentielle, donc le travail des forces de volume (pesanteur), le travail  $W$  échangé avec l'extérieur se décompose en deux termes :

– le travail interne  $W_i$ , qui comprend :

- le travail effectué par les canaux mobiles, qui sera appelé travail sur l'arbre  $\tau_a$  (cf. § 1.3.1 de [BM 4 281]),
- le travail absorbé par les frottements de disque (cf. § 1.3.1.3

dans [BM 4 281]),  $\frac{P_{f,d}}{q_{mi}}$  quotient de la puissance due aux frottements de disque par le débit  $q_{mi}$  dans lequel cette puissance se dissipe ;

– le travail sur les faces terminales  $\tau_{ft} = -\Delta(\rho v)$ , d'après (11) lorsque l'écoulement est supposé permanent.

Nous pouvons donc écrire :

$$W = W_i - \Delta(\rho v) \quad (12)$$

Combinons le premier principe de la thermodynamique, sous la forme générale (9) avec cette dernière expression (12) :

$$W_i + Q = \Delta(u + \rho v) + \frac{\Delta v^2}{2}$$

avec  $Q$  quantité de chaleur échangée avec l'extérieur ,

$u$  énergie interne massique

On sait que la somme  $u + \rho v$  constitue l'enthalpie massique  $h$  du fluide, qui jouit des propriétés d'une fonction d'état, ce qui permet d'écrire :

$$W_i + Q = \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2} \quad (13)$$

C'est sous cette forme, uniquement valable pour un écoulement permanent, puisque la turbomachine est raccordée à une tuyauterie soumise à cette hypothèse, que nous utiliserons le premier principe de thermodynamique.

## 2.4 Second principe de la thermodynamique

Toutes les transformations réelles sont irréversibles ; il n'existe pour elles aucun moyen de ramener le système et le milieu extérieur à l'état initial.

On peut distinguer deux types d'irréversibilités [10] :

– les irréversibilités internes qui, pour les transformations subies par le fluide à l'intérieur d'une turbomachine, sont dues aux forces de frottement. Le travail de ces forces de frottement étant décoordonné en chaleur, on ne peut pas ramener le système dans son état initial sans modification du milieu extérieur ;

– les irréversibilités externes qui résultent de l'échange de chaleur entre le système et une source de chaleur. Un échange de chaleur ne peut être réversible que si les températures du système et de la source sont infiniment voisines, or il n'existe pas de substance parfaitement conductrice de la chaleur et la transmission de celle-ci impose un gradient de température qui rend le phénomène irréversible.

Le second principe de la thermodynamique, limité aux irréversibilités internes, s'écrit, comme on le montrera en § 2.2.1 de l'article [BM 4 281] :

$$\delta Q + \delta f = T dS \quad (14)$$

avec  $\delta f$  dégradation d'énergie mécanique en chaleur par l'intermédiaire des frottements,

$T$  température absolue,

$S$  entropie.

## 2.5 Théorème de l'énergie cinétique

Aux quatre principes de base rappelés brièvement et qui seront repris et développés par la suite, il y a lieu d'ajouter le théorème de l'énergie cinétique, issu des théorèmes généraux de la mécanique, qui s'énonce comme suit.

La variation d'énergie cinétique d'un système pendant le temps  $dt$  est égale à la somme des travaux des forces extérieures et intérieures qui s'exercent sur le système pendant le même temps  $dt$ .

Ce qui s'écrit :

$$\frac{dv^2}{2} = \delta W + \delta \tau_{int}$$

On montrera ultérieurement lors du calcul des travaux de ces forces (paragraphe 1.1.1 de [BM 4 281]) que :

$$\delta \tau_{int} = \rho dv - \delta f$$

Soit :

$$\frac{dv^2}{2} = \delta W + \rho dv - \delta f \quad (15)$$

Soit sous forme intégrée

$$\frac{\Delta v^2}{2} = W + \int \rho dv - \Delta f$$

## 2.6 Exploitation des expressions de base

### 2.6.1 Expression utilisée pour le tracé des diagrammes thermodynamiques

Combinons le premier principe de thermodynamique pour un écoulement permanent (13) et le théorème de l'énergie cinétique (15) :

$$W_i + Q = \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2}$$

$$\frac{\Delta v^2}{2} = W + \int \rho dv - \Delta f$$

Il vient, en égalant les énergies cinétiques dans ces deux équations :

$$W_i + Q = \Delta h + W + \int \rho dv - \Delta f$$

soit, avec (12) :

$$W + \int d(\rho v) + Q = \Delta h + W + \int \rho dv - \Delta f$$

et en simplifiant :

$$\int d(\rho v) + Q = \Delta h + \int \rho dv - \Delta f$$

donc :

$$Q + \Delta f = \Delta h - \int d(\rho v) + \int \rho dv$$

On reconnaît dans le premier membre l'expression intégrée du second principe de la thermodynamique (14) ; il vient donc en définitive la relation, sous forme différentielle :

$$T dS = dh - v dp \quad (16)$$

Cette expression va permettre, entre autres, de tracer les diagrammes thermodynamiques.

### 2.6.2 Expression du travail sur l'arbre

Combinons le théorème de l'énergie cinétique (15) avec l'expression (12) :

$$\frac{\Delta v^2}{2} = W + \int \rho dv - \Delta f$$

$$W = W_i - \Delta(\rho v)$$

On trouve :

$$\frac{\Delta v^2}{2} = W_i - \int v d\rho - \Delta f$$

soit :

$$W_i = \int v d\rho + \frac{\Delta v^2}{2} + \Delta f$$

Mais on a (§ 2.3.2.2) :

$$W_i = \tau_a + \frac{P_{f,d}}{q_{mi}} \quad (17)$$

Lorsque les dissipations d'énergie par frottements de disque peuvent être négligées, il vient alors, sous la forme générale, en tenant compte des énergies potentielles, entre deux états 1 et 2 :

$$\tau_a = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2} + g(z_2 - z_1) + \Delta f_1^2 \quad (18)$$

## 2.7 Conditions d'arrêt isentropiques

Les paramètres d'état d'un gaz au repos sont  $p, T, \rho$ .

Si ce gaz est en mouvement, il faut définir en outre sa vitesse et dans ce cas,  $p, T$  et  $\rho$  sont appelées conditions statiques (ou locales).

La pression  $p$  et la masse volumique  $\rho$  devraient être mesurées ou déterminées à l'aide d'un tube de pitot ou d'un thermomètre se déplaçant à la vitesse du fluide. On doit, bien entendu, se contenter, pour la pression, soit d'une mesure en paroi soit d'une mesure à l'aide d'une sonde de Prandtl introduite dans l'écoulement.

On utilise également d'autres valeurs de pression et de température, ce sont celles qui correspondent aux conditions d'arrêt isentropiques.

Par définition, on pose :

$$h_i = h + \frac{v^2}{2} + gz \tag{19}$$

avec  $h_i$  enthalpie d'arrêt,

$h$  enthalpie ; pour éviter la confusion avec l'enthalpie d'arrêt, on pourra l'appeler enthalpie locale ou enthalpie statique,

$gz$  énergie potentielle qui peut être négligée pour un gaz.

Cette nouvelle fonction d'état d'un fluide en mouvement intègre son énergie cinétique et son énergie potentielle de position.

L'application des principes de base de la thermodynamique au ralentissement isentropique d'un gaz parfait, depuis un point 1 jusqu'au point 2 où la vitesse est supposée nulle, devant un pitot (figure 15) ou dans un diffuseur parfait (figure 16), donne :

- **premier principe de thermodynamique** (cf. relation (13)) :

$$W_i + Q = \Delta h_i$$

avec  $W_i = 0$ , il n'y a pas de turbomachine dans le processus,  $Q = 0$

soit  $\Delta h_i = 0$

- **deuxième principe de thermodynamique** (cf. relation (14)) :

$$\Delta S = 0$$

puisque  $Q = 0$  et  $\Delta f = 0$

Il vient donc, entre les états 1 et 2 :

- **premier principe de thermodynamique** :

$$h_{1i} = h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2} = h_{2i}$$

- **second principe de thermodynamique** :

$$S_1 = S_2$$

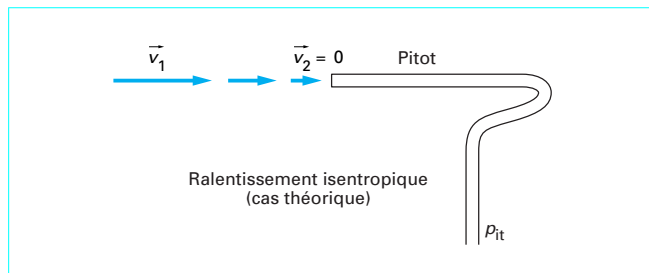


Figure 15 – Ralentissement isentropique devant un pitot

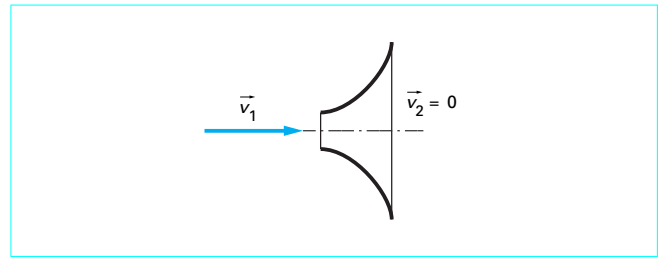


Figure 16 – Ralentissement isentropique devant un diffuseur

Pour un gaz idéal parfait, le premier principe peut encore être écrit :

$$T_{1i} = T_1 + \frac{v_1^2}{2c_p} = T_2 + \frac{v_2^2}{2c_p} = T_{2i}$$

avec  $c_p$  capacité thermique massique à pression constante.

Il vient alors, puisque  $v_2 = 0$  :

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{v_1^2}{2c_p T_1} = 1 + \frac{(\gamma - 1)v_1^2}{2\gamma T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_1^2$$

avec  $Ma$  nombre de Mach,

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$c_v$  capacité thermique massique à volume constant.

et puisque par hypothèse, le ralentissement opéré est isentropique, on peut utiliser les relations générales connues pour cette évolution [3] [10] [11] :

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Soit encore :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Puisque  $T_{2i} = T_2 = T_{1i}$ , et  $S_2 = S_1$ , les points 1i, 2 et 2i sont confondus sur la figure 17. Par ce point, passent les isobares  $p_{1i} = p_2 = p_{2i}$ .

Ces remarques entraînent en particulier :

$$\frac{T_{1i}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2 \tag{20}$$

$$\frac{p_{1i}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{21}$$

$$\frac{p_{1i}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{22}$$

Ces relations fournissent les relations attendues entre les conditions statiques et les conditions d'arrêt isentropiques au point 1, relations qui peuvent être représentées sur un diagramme entropique (figure 17). L'indice 1 devient alors un indice muet et pourra donc être supprimé dans les expressions ci-dessus, pour les généraliser en tout autre point de l'écoulement.



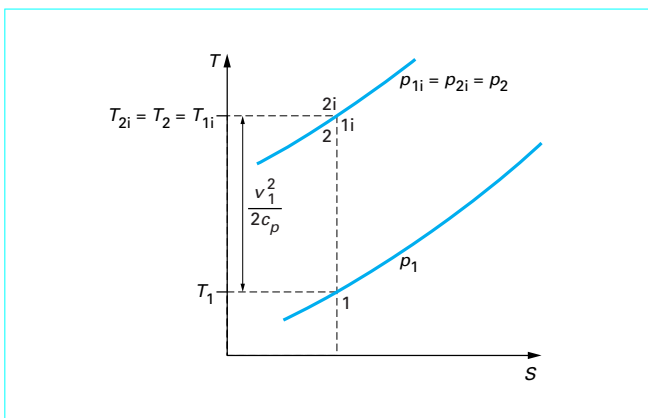


Figure 17 - Diagramme entropique d'un ralentissement isentropique

## 2.8 Exemple d'application

Une tuyauterie rectiligne de diamètre 0,5 m est alimentée en air.

En une section, on mesure :

- la pression d'arrêt  $p_i = 4$  bars ;
- la pression statique  $p = 3,8$  bars ;
- la température d'arrêt  $T_i = 400$  K.

Nota : on rappelle que  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ .

Pour l'air, on admet :

$$\gamma = 1,4$$

$$r = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\text{d'où } c_p = \frac{r\gamma}{\gamma-1} = 1\,004,5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

### ■ Détermination de la température statique

La température statique n'étant pas une valeur industriellement mesurable, on peut la calculer en utilisant les relations générales entre conditions statiques et conditions d'arrêt isentropiques.

$$\frac{p_i}{p} = \left(\frac{T_i}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Soit :

$$\frac{T_i}{T} = \frac{4}{3,8}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1,0\,148$$

D'où  $T = 394,2$  K.

### ■ Détermination du nombre de Mach

$$\frac{p_i}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{4}{3,8} = (1 + 0,2 Ma^2)^{1,4}$$

D'où  $Ma = 0,272$ .

### ■ Détermination de la masse volumique

$$\rho = \frac{p}{rT} = \frac{3,8 \cdot 10^5}{287 \cdot 394,2} = 3,359 \text{ kg}/\text{m}^3$$

### ■ Détermination du débit masse

$\rho$  vient d'être calculé.

La section géométrique est :

$$\frac{\pi D^2}{4} = 0,1\,963 \text{ m}^2$$

La couche limite est supposée occuper 2 % de la section. En dehors de la couche limite, le champ des vitesses est uniforme.

La section effectivement à prendre en compte pour le passage du débit, ou section effective est donc :

$$S = 0,1\,963 \cdot 0,98 = 0,1\,924 \text{ m}^2$$

La vitesse peut être déterminée soit par la relation :

$$v = Ma \cdot a = 0,18 \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T} = 0,272 \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 394,2} = 108 \text{ m/s}$$

soit par la relation plus basique :

$$T_i = T + \frac{v^2}{2 \cdot c_p}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot c_p (T_i - T)} = \sqrt{2 \cdot 1\,004,5 (400 - 394,2)} = 108 \text{ m/s}$$

Le débit-masse est donc :

$$q_m = \rho S v = 3,359 \cdot 0,1\,924 \cdot 108 = 69,9 \text{ kg/s}$$